

非线性多智能体系统的动态事件触发固定时间一致性控制

邵蝉云¹ 安爱民¹ 徐承承¹ 刘向航¹ 李二超¹

摘要 研究通信拓扑固定下受有界扰动影响的非线性多智能体系统固定时间一致性问题. 针对现有事件触发控制方法存在的收敛时间依赖初值、扰动下触发可靠性低、控制参数缺乏理论设计依据等挑战, 提出一种动态事件触发固定时间一致性控制方法. 首先, 设计融合非线性增益与双曲正切扰动补偿的固定时间控制器, 在消除抖振的同时保证收敛时间上界严格独立于系统初始状态. 其次, 构造基于动态变量自适应调节的事件触发机制, 显著降低通信频率并严格证明系统不存在 Zeno 行为. 进一步, 通过建立新型 Lyapunov 稳定性分析框架, 显式给出收敛时间上界与事件触发间隔下界. 仿真结果表明, 所提方法在保证固定时间收敛性能的同时, 有效实现通信效率的优化提升.

关键词 多智能体系统; 动态事件触发控制; 固定时间一致性; 非线性动力学; 扰动抑制

引用格式 邵蝉云, 安爱民, 徐承承, 刘向航, 李二超. 非线性多智能体系统的动态事件触发固定时间一致性控制. 自动化学报, 2026, 52(3): 555-577

DOI 10.16383/j.aas.c250304 **CSTR** 32138.14.j.aas.c250304

Dynamic Event-triggered Fixed-time Consensus Control for Nonlinear Multi-agent Systems

SHAO Chan-Yun¹ AN Ai-Min¹ XU Cheng-Cheng¹ LIU Xiang-Hang¹ LI Er-Chao¹

Abstract This paper investigates the fixed-time consensus problem for nonlinear multi-agent systems under bounded disturbances and a fixed communication topology. Addressing the challenges in existing event-triggered control methods, such as convergence time dependence on initial conditions, low triggering reliability under disturbances, and lack of theoretical basis for control parameter design, a dynamic event-triggered fixed-time consensus control method is proposed. Firstly, a fixed-time controller integrating nonlinear gain and disturbance compensation is designed, which uses hyperbolic tangent functions instead of sign functions to eliminate chattering and achieve smooth control signals, ensuring the upper bound of convergence time is strictly independent of initial states. Secondly, an event-triggered mechanism based on adaptive dynamic variables is constructed, significantly reducing communication frequency and rigorously excluding Zeno behavior. Furthermore, through the construction of a novel Lyapunov stability analysis framework, explicit expressions for the upper bound of convergence time and the lower bound of event-triggered interval are derived. Simulation results demonstrate that the proposed method ensures fixed-time convergence performance while effectively achieving optimization and improvement of communication efficiency.

Keywords multi-agent systems; dynamic event-triggered control; fixed-time consensus; nonlinear dynamics; disturbance rejection

Citation Shao Chan-Yun, An Ai-Min, Xu Cheng-Cheng, Liu Xiang-Hang, Li Er-Chao. Dynamic event-triggered fixed-time consensus control for nonlinear multi-agent systems. *Acta Automatica Sinica*, 2026, 52(3): 555-577

工业物联网与智能集群技术的深度融合, 正驱动多智能体系统 (multi-agent systems, MAS) 在智能制造^[1]、智能电网^[2]、无人机集群协同^[3] 以及资源

分配与调度^[4] 等关键领域中展现出前所未有的应用前景. 一致性作为实现 MAS 协同控制的理论基石^[5], 借助特定控制协议^[6] 保证智能体状态渐近收敛, 为编队、调度等诸多协同任务提供核心支撑.

然而, 传统渐近一致性算法在面对智能体规模大、收敛要求高、通信负载重的实际工业场景 (如高速集群系统^[3]、大型产线控制^[4]) 时, 仍存在明显不足. 其收敛时间严重依赖系统初始状态, 难以预估和控制, 无法满足实时性要求^[7]. 同时, 为维持智能体状态一致, 系统需持续高频通信, 不仅过度消耗网络与终端资源^[8], 更在通信延迟、数据丢包和执行

收稿日期 2025-07-11 录用日期 2025-10-27

Manuscript received July 11, 2025; accepted October 27, 2025

国家自然科学基金 (61563032, 61963025, 62203196, 62463018), 甘肃省科技计划 (22YF7GA164, 22CX8GA131, 22CX3GD005) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61563032, 61963025, 62203196, 62463018) and Gansu Provincial Science and Technology Program (22YF7GA164, 22CX8GA131, 22CX3GD005)

本文责任编辑 李鸿一

Recommended by Associate Editor LI Hong-Yi

1. 兰州理工大学自动化与电气工程学院 兰州 730050
1. College of Automation and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050

器饱和等实际约束下暴露出鲁棒性不足的问题^[9]。上述“收敛性能”与“资源效率”之间的矛盾,极大制约了 MAS 在高要求工业环境中的广泛应用。

因此,设计一类具备固定时间收敛特性且收敛时间与初始状态无关的一致性协议,并结合事件触发机制协同提升系统性能与资源利用效率,已成为推动大规模 MAS 从理论走向实践的关键突破口。

在有限时间控制方面,多项研究取得重要进展。文献 [10] 将有限时间理论引入微电网储能系统,基于马尔科夫切换拓扑设计分布式协同策略,在稀疏通信条件下实现时变拓扑中的能量同步。文献 [11] 进一步结合动态事件触发机制,采用自适应阈值方法显著降低计算开销,并严格避免 Zeno 行为。针对不同系统模型,文献 [12] 为积分器型多智能体提出一种基于双曲正切函数的新型协议,实现全局与半全局有限时间一致性,能显式给出收敛时间上界并预设系统性能。针对具有未知非线性和不可测状态的二阶系统,文献 [13] 设计神经网络观测器与自适应输出反馈框架,通过滑模控制方法保证编队误差在预设性能函数范围内有限时间收敛。然而,尽管有限时间控制方法取得明显进展,其收敛时间仍依赖于系统初值,在面对突发扰动时鲁棒性较差,该问题极大地限制此类方法在实际复杂场景中的推广应用。

为克服有限时间控制对系统初始状态的依赖,固定时间控制通过构造与初值无关的收敛时间上界,成为一种更具普适性的解决方案,相关研究已在理论与应用层面取得系列进展。在理论方法层面,文献 [14] 提出一种非对称时变约束转换机制,实现全状态约束下的固定时间快速一致性控制。文献 [15] 设计分布式固定时间估计器,有效解决耦合目标优化中指数收敛与协同问题。文献 [16] 突破传统动力学模型限制,首次解决一般线性系统在固定时滞下的协同控制问题。文献 [17] 开发一种低复杂度的积分滑模控制方法,在扰动环境下实现固定时间鲁棒优化。文献 [18] 创新性地提出终端积分滑模与事件触发机制相结合的复合控制方法,在有效抑制扰动的同时显著降低通信成本,严格避免 Zeno 行为,为动态网络控制提供新范式。在应用研究层面,固定时间控制也展现出广泛前景。文献 [19] 针对移动机器人多智能体系统的纳什均衡求解问题,提出基于采样邻居信息的分布式控制方法。文献 [20] 面向自主水面艇系统在强扰动下的控制问题,结合有限时间预设性能函数与自适应滑模控制,实现具有预设性能的固定时间稳定。文献 [21] 进一步在无向拓扑网络下提出完全分布式自适应控制方法,通过

独特的缩放技术摆脱对全局信息的依赖,实现固定时间一致性控制。

在追求收敛性能的同时,通信资源的优化同样至关重要。随着协同控制研究的深入,事件触发机制凭借其按需通信的特性,已成为突破传统周期控制瓶颈的重要方法。文献 [22] 提出一种不依赖邻居节点信息的动态事件触发方法,该方法基于 Lyapunov 理论,有效延长执行间隔,显著降低系统能耗。文献 [23] 将分层滑模控制与相对阈值策略相结合,解决欠驱动非线性系统在执行器故障情况下的通信与容错控制平衡问题。文献 [24] 进一步将研究方法拓展至有向拓扑结构,基于事件触发观测器和符号图理论,成功解决异构系统的二分输出一致性问题,其提出的动态阈值设计在保证控制精度的同时提高了通信效率。文献 [25] 针对无向网络中的扰动抑制问题,采用双曲正切函数构建误差补偿器,在满足可微性约束的前提下,显著降低控制更新频率。文献 [26] 研究有向拓扑下参数不确定的多智能体系统,创新性地结合模型参考自适应与事件触发机制,实现参数估计与通信控制的解耦。文献 [27] 突破传统参数依赖的限制,提出一种预定义时间控制方法,可通过单一参数直接设定收敛时间上界,推动固定时间控制理论向工程应用方向发展。

近年来,针对多智能体系统在复杂环境下的协同控制问题,研究者围绕通信资源受限条件下的性能保障这一核心挑战,提出多种创新方案。在非线性和系统协同控制领域,相关研究主要聚焦于固定时间收敛控制与通信资源优化。文献 [28] 研究有向拓扑下不确定非线性系统的围捕控制问题,提出结合动态事件触发与多领导者估计的自适应方法,有效降低通信负担。在此基础上,文献 [29] 针对执行器故障与未知时变扰动场景,设计基于 RBF 神经网络的自适应补偿方法,增强系统的鲁棒性。为进一步优化通信资源并保证收敛性能,文献 [30] 针对受扰一阶非线性系统,提出定时滑模与静态事件触发方法,实现有限时间稳定。文献 [31] 则改进稳定条件,提出动态事件触发方法,缩小理论收敛时间与实际性能的差距。

文献 [32] 提出分布式事件触发内模观测器设计,结合降阶触发机制,在确保渐近收敛和排除 Zeno 行为的同时,显著降低通信需求。与此同时,在分布式在线优化方面,事件触发通信机制因其在降低网络负载方面的优势也受到广泛关注。文献 [33] 提出基于事件触发的分布式在线优化方法,利用 Push-Sum 协议处理非平衡时变拓扑,通过创新的触发条件协调智能体间的信息交换,为方法在时

变场景下的跟踪性能提供理论依据。

上述研究在非线性协同控制^[22, 29-32]和分布式在线优化^[33]领域的进展, 特别是在提升系统鲁棒性、处理动态拓扑以及设计高效通信机制方面的创新, 为本文研究非线性扰动下固定时间协同控制的事件触发问题提供了重要基础。然而, 在同时涉及非线性动力学、固定时间收敛与事件触发通信的复杂问题中, 现有方法仍存在不足, 以下关键问题仍有待解决。

1) 扰动作用下事件触发的可靠性问题。非线性系统对外部扰动及未建模动态更为敏感, 影响机制更为复杂, 可能导致事件触发机制出现误判: 一方面, 为抑制扰动可能引发不必要的频繁通信; 另一方面, 也可能因扰动干扰而遗漏必要的状态更新, 影响收敛可靠性。相较于线性系统, 非线性系统中的此类问题更为突出, 对控制器的鲁棒性设计提出更高要求。

2) 固定时间稳定性与 Zeno 行为排除的理论证明。固定时间控制协议中引入了非线性幂次项, 加之事件触发机制带来的间断采样特性, 使得闭环系统的稳定性分析变得复杂。特别是严格排除 Zeno 行为并确定触发间隔正下界, 其理论难度显著高于传统的渐近稳定或连续时间控制系统。

3) 控制参数缺乏理论设计依据。固定时间控制器中的参数(如增益、幂次等)对系统性能至关重要, 然而现有研究多依赖于经验选择或试错, 缺乏系统的、具有严格稳定性保障的参数设计准则。这导致控制器性能无法达到最优, 且在不同场景下的适应性较差。

近期文献[25]采用双曲正切函数构造测量误差补偿器, 有效改善了无向网络中有界干扰抑制问题, 揭示了光滑函数在提升系统鲁棒性方面的潜力。然而, 将其应用于固定时间控制框架, 仍面临收敛时间依赖初值、事件触发可靠性低等挑战。本文在此基础上, 进一步研究无向拓扑下非线性多智能体系统的固定时间一致性控制问题, 解决以下三个相互关联的核心问题: 确保系统收敛时间严格独立于初始条件、在通信资源受限下维持系统性能、建立具有完备理论保证的控制参数设计方法。

针对上述问题, 本文提出一种事件触发固定时间控制方法, 主要创新点如下。

1) 提出与稳定性证明深度关联的动态事件触发机制。设计基于一致性误差与扰动上界的自适应触发条件, 通过将动态变量更新律嵌入固定时间 Lyapunov 稳定性框架, 使触发机制成为控制系统的内在组成部分。该设计不仅有效降低了通信频率,

更从理论上严格保证触发间隔存在正下界, 彻底避免 Zeno 行为。

2) 提出基于稳定性理论的控制与补偿器协同设计方法。从固定时间稳定性出发, 统一构造分数幂项控制器与双曲正切函数补偿器。通过 Lyapunov 分析反向推导出增益系数 K 等参数的显式设计准则, 为控制器与补偿器的参数调节提供统一的理论框架, 克服经验选择的盲目性。该方法在消除控制抖振的同时, 保证收敛时间上界严格独立于初始状态。

3) 建立基于新型 Lyapunov 函数的分布式稳定性分析框架。通过构造融合系统动态、事件触发机制与固定时间稳定性的新型 Lyapunov 函数, 解决非线性幂次项与间断采样带来的分析难题, 严格证明无向拓扑下的固定时间一致性, 并给出收敛时间上界与触发间隔下界。仿真结果表明, 该方法在收敛速度与通信效率上均优于现有方法。

本文结构如下: 第 1 节介绍预备知识及问题描述; 第 2 节提出基于动态事件触发机制的多智能体系统固定时间一致性方法; 第 3 节给出主要结论及稳定性证明; 第 4 节介绍算法设计; 第 5 节通过系统仿真验证所提方法的有效性; 第 6 节总结全文并展望未来工作。

1 预备知识及问题描述

1.1 代数图论

多智能体系统中, N 个跟随者智能体之间的通信拓扑关系可用图 $G = (V, E, A)$ 表示。其中 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ 代表包含 N 个节点的节点集, $E \subseteq V \times V$ 表示由节点构成的边集合。图中的边以有序对 (v_i, v_j) 的形式表示, 有向边 $(v_i, v_j) \in E$ 表示节点 v_j 能收到节点 v_i 的信息, 信息流通的方向不可逆。其中节点 v_i 称为父节点, 节点 v_j 称为子节点。定义加权邻接矩阵 $A = [a_{ij}]_{N \times N}$, 有向图中若 $(v_i, v_j) \in E$, 则 $a_{ij} > 0$, 反之 $a_{ij} = 0$ 。无向图中若 $(v_i, v_j) \in E$, 则 $a_{ij} > 0$, 否则 $a_{ij} = 0$ 。定义度矩阵 $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_N\}$, 其中 $d_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij}$ 。图 G 的拉普拉斯矩阵 $L = [l_{ij}]_{N \times N} = D - A$ 。

由领导者和跟随者组成的多智能体系统的通信拓扑用 $\widehat{G} = (\widehat{V}, \widehat{E})$ 表示。其中 $\widehat{V} = \{v_0, v_1, \dots, v_N\}$ 表示 $N + 1$ 个节点的集合, v_0 代表领导者, v_1, \dots, v_N 代表跟随者; $\widehat{E} \subseteq \widehat{V} \times \widehat{V}$ 表示扩展拓扑中的边集合。定义对角矩阵 $B = \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_N\}$ 表示领导者与跟随者之间的通信关系, 若 $b_i > 0$, 则

表示跟随者 i 能直接收到领导者的信息, 否则 $b_i = 0$. 该系统的拉普拉斯矩阵可表示为 $\widehat{L} = L + B$, 其中 L 为仅包含跟随者之间通信关系的拉普拉斯矩阵. 定义 $\lambda_2(\widehat{L})$ 为矩阵 \widehat{L} 的第二小特征值 (即其最小非零特征值), $\lambda_N(\widehat{L})$ 为其最大特征值.

1.2 问题描述

本文的研究目标是设计动态事件触发机制实现领导-跟随者固定时间一致性控制. 考虑由 N 个跟随者和 1 个领导者组成的非线性多智能体系统, 每个跟随者的动力学模型表示为

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t) + f(x_i(t), t) + d_i(x_i(t), t) \quad (1)$$

其中, $x_i(t) \in \mathbf{R}$ 表示第 i 个跟随者的状态, $i = 1, 2, \dots, N$; $u_i(t) \in \mathbf{R}$ 表示第 i 个跟随者的控制输入; $f: \mathbf{R} \times \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$ 为非线性函数; $d_i(x_i(t), t)$ 表示不确定性扰动. 定义向量 $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T \in \mathbf{R}^N$, $u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_N(t)]^T \in \mathbf{R}^N$, $d(t) = [d_1(x_1(t), t), \dots, d_N(x_N(t), t)]^T \in \mathbf{R}^N$. 领导者的动力学模型表示为

$$\dot{x}_0(t) = u_0(t) + f(x_0(t), t) \quad (2)$$

其中, $x_0(t) \in \mathbf{R}$ 表示领导者的状态; $u_0(t) \in \mathbf{R}$ 表示领导者的控制输入; $f(x_0(t), t)$ 是非线性函数.

定义 1. 对于控制输入 u_i , $i = 1, 2, \dots, N$, 当给定智能体任意初始值 $x_i(0)$, 都存在一个正数 T 以及与初始状态无关的常数 $T_{\max} > 0$, 且 $T < T_{\max}$, 使得对任意的 $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ 有

$$\lim_{t \rightarrow T} |x_i(t) - x_0(t)| = 0, \quad x_i(t) = x_0(t), \quad \forall t \geq T$$

则称多智能体系统实现了领导跟随一致性.

假设 1. 跟随者之间的通信图 G 是无向连通的, 整个系统的通信拓扑 \widehat{G} 包含一棵以领导者为根的有向生成树.

假设 2. 假设存在已知常数 $\lambda > 0$ 满足下列不等式

$$|f(x_i(t), t) - f(x_j(t), t)| \leq \lambda |x_i(t) - x_j(t)|$$

其中, $j \in \{0, 1, \dots, N\}$; $x_i(t), x_j(t) \in \mathbf{R}$; $t \geq 0$.

假设 3. 智能体受到的扰动 $d_i(x_i(t), t)$ 有界且满足

$$|d_i(x_i(t), t)| \leq d, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, N\}$$

其中, $d > 0$ 为已知常数.

假设 4. 领导者的控制输入 $u_0(t)$ 满足 $|u_0(t)| \leq \widehat{u}$, $\widehat{u} > 0$ 为已知常数.

假设 5. 控制增益 \hat{d} 可根据扰动上界 \bar{d} 设计, 且满足 $\hat{d} \geq \bar{d}$, 该增益的实际取值应在执行机构饱和

允许范围内.

注 1. 定义测量误差为控制器的控制输入与当前时刻控制输入的差值. 当测量误差减小, 触发函数值降低, 进而减小触发的可能性. 在保证系统稳定性的前提下, 可以通过调节参数平衡触发频率与跟踪性能.

注 2. 若扰动上界 \bar{d} 未知, 则需采用自适应控制方法在线估计 \bar{d} , 并动态调整 \hat{d} 以满足 $\hat{d} \geq \bar{d}$, 并设计相应的自适应律. 为简化分析, 本节假设 \bar{d} 已知.

2 基于动态事件触发机制的多智能体系统固定时间一致性方法

考虑多智能体系统 (1) 和 (2) 在无向拓扑下的固定时间一致性问题. 跟随者 i 基于事件触发机制的一致性控制器被设计为

$$\begin{aligned} u_i(t) = & -c_1 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j)) \right)^{[1-\frac{b}{a}]} - \\ & c_2 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j)) \right)^{[1+\frac{b}{a}]} - \\ & c_3 \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j)) - \\ & \hat{d} \times \operatorname{sgn} \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j)) \right) \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, N$; $b < a$, a, b 为正整数; c_1, c_2, c_3 为正实数; 定义 $s^{[n]} = \operatorname{sgn}(s)|s|^n$, 其中 $s \in \mathbf{R}$, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 表示符号函数; $k' := \arg \min_{l \in \mathbf{R}^+ : t \geq t_l^j} (t - t_l^j)$, 对任意的 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$, t_k^j 为智能体 j 的第 k 次事件触发时刻, $t_{k'}^j$ 表示智能体 j 最近一次事件触发时刻, 智能体 i, j 都只在 t_0^i, t_1^i, \dots 时刻更新控制输入. 值得注意的是, 领导者是独立运动的, 领导者的轨迹不受跟随者的影响, 因此, 它没有触发时间, 即, 当 $j = 0$ 时, $x_0(t_{k'}^0) = x_0(t)$. 令 $\varepsilon_i(t) = \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j))$.

定义智能体 i 的跟踪误差为

$$\widehat{x}_i(t) = x_i(t) - x_0(t), \quad i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (4)$$

其中, $\widehat{x}(t) = [\widehat{x}_1(t), \widehat{x}_2(t), \dots, \widehat{x}_N(t)]^T$.

对跟踪误差求导

$$\begin{aligned} \dot{\widehat{x}}_i(t) = & \dot{x}_i(t) - \dot{x}_0(t) = u_i(t) + f(x_i(t), t) + \\ & d_i(x_i(t), t) - u_0(t) - f(x_0(t), t) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -c_1 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j)) \right)^{[1-\frac{b}{a}]} - \\
& c_2 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j)) \right)^{[1+\frac{b}{a}]} - \\
& c_3 \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j)) - \\
& \hat{d} \times \operatorname{sgn} \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j)) \right) + \\
& f(x_i(t), t) - f(x_0(t), t) + d_i(x_i(t), t) - u_0(t) = \\
& -E_i(t) - c_1 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right)^{[1-\frac{b}{a}]} - \\
& c_2 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right)^{[1+\frac{b}{a}]} - \hat{d} \times \\
& \operatorname{sgn} \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right) - \\
& c_3 \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) + \\
& f(x_i(t), t) - f(x_0(t), t) + d_i(x_i(t), t) - u_0(t)
\end{aligned}$$

控制器 $u_i(t)$ 可进一步表示为

$$\begin{aligned}
u_i(t) = & -E_i(t) - c_1 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right)^{[1-\frac{b}{a}]} - \\
& c_2 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right)^{[1+\frac{b}{a}]} - \\
& c_3 \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) - \\
& \hat{d} \times \operatorname{sgn} \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right) \quad (5)
\end{aligned}$$

定义测量误差

$$\begin{aligned}
E_i(t) = & c_1 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j)) \right)^{[1-\frac{b}{a}]} + \\
& c_2 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j)) \right)^{[1+\frac{b}{a}]} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& c_3 \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j)) + \\
& \hat{d} \times \operatorname{sgn} \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j)) \right) - \\
& c_1 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right)^{[1-\frac{b}{a}]} - \\
& c_2 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right)^{[1+\frac{b}{a}]} - \\
& c_3 \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) - \\
& \hat{d} \times \operatorname{sgn} \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right) \quad (6)
\end{aligned}$$

定义 $E(t) = [E_1(t), E_2(t), \dots, E_N(t)]^T \in \mathbf{R}^N$.

令 $y_i(t) = \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t))$, 同时定义 $y(t) = [y_1(t), \dots, y_N(t)]^T$, 由于

$$\begin{aligned}
y_i(t) = & \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) = \\
& \sum_{j=1}^N a_{ij} \left((x_i(t) - x_0(t)) - \right. \\
& \left. (x_j(t) - x_0(t)) \right) + b_i (x_i(t) - x_0(t)) = \\
& \sum_{j=1}^N a_{ij} (\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)) + b_i \hat{x}_i(t)
\end{aligned}$$

因此, $y(t) = \hat{L} \hat{x}(t)$. 其中 $\hat{x}(t)$ 是智能体的跟踪误差.

设计智能体触发函数为

$$\begin{aligned}
g_i(t) = & \theta \left(|E_i(t)| - \frac{1}{2} \varepsilon c_1 |y_i(t)|^{[1-\frac{b}{a}]} - \right. \\
& \left. \frac{1}{2} \varepsilon c_2 |y_i(t)|^{[1+\frac{b}{a}]} \right) \quad (7)
\end{aligned}$$

其中, $\theta > 0$; $\varepsilon \in (0, 1)$.

引入内部动态变量 $\chi_i(t)$, 令其导数满足

$$\begin{aligned}
\dot{\chi}_i(t) = & -\rho \chi_i(t) + \sigma \left(\frac{1}{2} \varepsilon c_1 |y_i(t)|^{[1-\frac{b}{a}]} + \right. \\
& \left. \frac{1}{2} \varepsilon c_2 |y_i(t)|^{[1+\frac{b}{a}]} - |E_i(t)| \right) - \\
& \frac{1}{2} \varepsilon \left(c_1 |y_i(t)|^{[2-\frac{b}{a}]} + c_2 |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]} \right) \quad (8)
\end{aligned}$$

其中, $\rho > 0$; $\sigma \in (0, 1)$; $\chi_i(0) > 0$.

当触发条件满足, 即触发函数的值大于动态变量的值时, 事件被触发. 智能体 i 的下次触发时刻由下式给出:

$$t_{k+1}^i = \inf \left\{ t > t_k^i \mid \theta \left(|E_i(t)| - \frac{1}{2} \varepsilon c_1 |y_i(t)|^{[1-\frac{b}{a}]} - \frac{1}{2} \varepsilon c_2 |y_i(t)|^{[1+\frac{b}{a}]} \right) > \chi_i(t) \right\}, \quad k = 0, 1, \dots \quad (9)$$

其中, \inf 表示下确界, 即所有满足条件的时刻 t 中的最小值.

结合式 (7) 和式 (8) 可推导出 $\forall t \geq 0, \chi_i(t) > 0$. 具体推导如下:

由 $g_i(t) \leq \chi_i(t)$ 可得

$$|E_i(t)| \leq \frac{\chi_i(t)}{\theta} + \frac{1}{2} \varepsilon c_1 |y_i(t)|^{[1-\frac{b}{a}]} + \frac{1}{2} \varepsilon c_2 |y_i(t)|^{[1+\frac{b}{a}]}$$

将上述 $|E_i(t)|$ 的上界代入式 (8). 由于 $-\sigma |E_i(t)| \geq -\sigma \left(\frac{\chi_i(t)}{\theta} + \frac{1}{2} \varepsilon c_1 |y_i(t)|^{[1-\frac{b}{a}]} + \frac{1}{2} \varepsilon c_2 |y_i(t)|^{[1+\frac{b}{a}]} \right)$, 代入后得

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_i(t) &\geq -\rho \chi_i(t) + \sigma \left(\frac{1}{2} \varepsilon c_1 |y_i(t)|^{[1-\frac{b}{a}]} + \frac{1}{2} \varepsilon c_2 |y_i(t)|^{[1+\frac{b}{a}]} - \left(\frac{\chi_i(t)}{\theta} + \frac{1}{2} \varepsilon c_1 |y_i(t)|^{[1-\frac{b}{a}]} + \frac{1}{2} \varepsilon c_2 |y_i(t)|^{[1+\frac{b}{a}]} \right) \right) + \\ &\frac{1}{2} \varepsilon \left(c_1 |y_i(t)|^{[2-\frac{b}{a}]} + c_2 |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]} \right) = \\ &-\rho \chi_i(t) - \frac{\sigma}{\theta} \chi_i(t) + \frac{1}{2} \varepsilon \left(c_1 |y_i(t)|^{[2-\frac{b}{a}]} + c_2 |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]} \right) = - \left(\rho + \frac{\sigma}{\theta} \right) \chi_i(t) + \\ &\frac{1}{2} \varepsilon \left(c_1 |y_i(t)|^{[2-\frac{b}{a}]} + c_2 |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]} \right) \end{aligned}$$

由于 $\frac{1}{2} \varepsilon (c_1 |y_i(t)|^{[2-\frac{b}{a}]} + c_2 |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]}) \geq 0$, 故有

$$\dot{\chi}_i(t) \geq - \left(\rho + \frac{\sigma}{\theta} \right) \chi_i(t)$$

解此微分不等式得

$$\chi_i(t) \geq \chi_i(0) e^{-(\rho + \frac{\sigma}{\theta})t} > 0$$

因此, $\chi_i(t)$ 恒为正.

3 主要结论

定理 1. 在假设 1 ~ 4 成立的基础上, 考虑具有非线性动力学和不确定扰动的领导-跟随者多智能

体系统 (1) 和 (2), 在控制协议 (3) 的作用下, 且满足下列不等式时, 通过设计控制协议, 多智能体系统 (1) 和 (2) 可实现固定时间一致跟踪.

$$\begin{cases} |y_i(t)| - \sigma \geq 0 \\ \frac{|y_i(t)| - \sigma}{\theta} - \rho \leq 0 \\ \frac{N\lambda}{\lambda_2(\widehat{L})} \leq c_3 \end{cases} \quad (10)$$

收敛时间上界 T 满足

$$T \leq T_{\max} = \frac{2a}{c_1 b \left(\lambda_2(\widehat{L}) \right)^{[1-\frac{b}{2a}]} + \frac{2a}{c_2 b N^{[-\frac{b}{2a}]} \left(\lambda_2(\widehat{L}) \right)^{[1+\frac{b}{2a}]}}$$

其中, $y_i(t)$ 为智能体 i 与其所有邻居节点状态差异的加权和; σ, θ, ρ 为大于 0 的常数; $\lambda_2(\widehat{L})$ 为矩阵 \widehat{L} 的第二小特征值. 定理 1 的证明过程见附录 A.

符号函数在控制系统中应用广泛, 主要得益于其强不连续性、高鲁棒性及计算简便性. 然而, 这种不连续性易导致控制信号频繁切换, 从而引发系统抖振现象. 相比之下, 双曲正切函数具有各阶导数连续的特性, 能够从根本上消除抖振, 但该方法的实现通常涉及增益补偿和参数调整, 可能引入较高的计算复杂度. 为此考虑到系统整体的效果, 用双曲正切函数代替符号函数, 则控制协议被设计为:

$$\begin{aligned} u_i(t) &= -c_1 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} \left(x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j) \right) \right)^{[1-\frac{b}{a}]} - \\ &c_2 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} \left(x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j) \right) \right)^{[1+\frac{b}{a}]} - \\ &c_3 \sum_{j=0}^N a_{ij} \left(x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j) \right) - \\ &K \widehat{d} \times \tanh \left(\frac{1}{\delta} \sum_{j=0}^N a_{ij} \left(x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j) \right) \right) \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, N$; $b < a, a, b > 0, a$ 为偶数, b 为奇数; $c_1, c_2, c_3 > 0$; 定义 $\widehat{d} = d + \widehat{u}$, d 和 \widehat{u} 分别为扰动上界和领导者输入的上界. 双曲正切函数 $\tanh(\cdot)$ 是一种光滑、连续且可导的函数, 其表达式为 $\tanh(\frac{x}{\delta}) = \frac{e^{x/\delta} - e^{-x/\delta}}{e^{x/\delta} + e^{-x/\delta}}$. 当 $|x| \leq \delta$ 时, x/δ 较小, 忽

略高阶项, 近似为 $\tanh(x/\delta) \approx x/\delta$, 虽然简化了参数的设计, 降低了运算的复杂性, 但是可能会导致增益不足, 或者非线性效应未补偿, 因此, 引入增益补偿系数 K , 提升导数的幅值. 当 $|x| > \delta$ 时, x/δ 较大, $\tanh(x/\delta) \rightarrow \text{sgn}(x)$.

由此双曲正切函数 $\tanh(x/\delta)$ 可定义为:

$$K \times \tanh\left(\frac{x}{\delta}\right) = \begin{cases} \frac{Kx}{\delta}, & |x| \leq \delta \\ \text{sgn}(x), & |x| > \delta \end{cases} \quad (12)$$

δ 为一很小的正常数, $K > 1$ 为增益补偿系数, 可以调整导数幅值, 增强系统的抗扰能力.

用双曲正切函数代替符号函数, 测量误差的表达式为:

$$\begin{aligned} E_i(t) = & c_1 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j)) \right)^{[1-\frac{b}{a}]} + \\ & c_2 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j)) \right)^{[1+\frac{b}{a}]} + \\ & c_3 \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j)) + \\ & K \widehat{d} \times \tanh \left(\frac{1}{\delta} \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_{k'}^j)) \right) - \\ & c_1 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right)^{[1-\frac{b}{a}]} - \\ & c_2 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right)^{[1+\frac{b}{a}]} - \\ & c_3 \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) - \\ & K \widehat{d} \times \tanh \left(\frac{1}{\delta} \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right) \end{aligned} \quad (13)$$

定理 2. 考虑由式 (1) 和 (2) 描述的非线性领导-跟随者多智能体系统, 若假设 1~4 成立, 且通信拓扑满足附录 A 中引理 5 所述条件, 在控制协议 (11) 作用下, 若还存在常数 $\delta, K, k_1, k_2 > 0$ 使得如下不等式成立:

$$\widehat{x}^T(t) L \widehat{x}(t) \leq \frac{NK\widehat{d}^2}{2\delta\sqrt{k_1k_2}}, \quad \frac{\delta}{2K} \geq \frac{K\widehat{d}}{\delta} \quad (14)$$

则系统可实现固定时间一致性.

注 2. 由双曲正切函数的定义可知, 当 $|x| > \delta$ 时, 双曲正切函数可近似为符号函数, 即附录 A 定理 1 的证明过程. 当 $|x| \leq \delta$ 时, 用双曲正切函数代替符号函数可实现平滑过渡, 减少系统的抖振. 定理 1 证明过程中涉及的相关定义, 包括触发函数、触发条件等, 也适用于定理 2, 因此这里不再赘述. 选用同样的 Lyapunov 函数证明控制协议 (11) 的有效性, 定理 2 的证明过程见附录 B.

注 3. 定理 2 表明系统可在固定时间内收敛. 需特别说明的是, 由于本文控制协议结构的特点, 收敛时间上界 T_{\max} 由实现固定时间稳定的分数幂项系数 c_1, c_2 主导, 而增益 K 主要用于处理扰动, 其贡献在不等式放缩中被“消耗”. 包含 K 的项在 Lyapunov 导数中产生 $-y_i(t)K\widehat{d}\tanh(\cdot)$ 项, 为了处理该项, 必须将其与扰动项结合, 应用引理进行放缩. K 的大小影响放缩后剩余项的值, 但该影响并未线性传递到 c_1, c_2 . 虽然收敛时间的上界 T_{\max} 由 c_1, c_2 主导, 但 K 通过抑制扰动, 可以使系统更快地进入并维持在一个更小的稳态误差范围内. 尽管增益系数 K 对系统性能至关重要, 但其与固定时间收敛上界 T_{\max} 之间难以得出一个显式的定量关系. 这是由于在稳定性证明 (见附录 B) 过程中, 为处理扰动与事件触发误差, K 的效应在多次不等式放缩后与系统参数 ($\lambda, \widehat{d}, \delta$ 等) 发生深度耦合, 这是固定时间控制理论处理复杂系统时的内在特性. 然而, 本文通过理论证明了增大 K 对系统性能的作用, 这为参数调节提供了直接依据. K 对收敛速度的积极影响亦在仿真中得以验证.

注 4. 本文致力于解决非线性多智能体系统在有界扰动下的固定时间一致性控制问题, 其核心设计目标在于实现收敛时间上界独立于初始状态的固定时间稳定, 并显著降低智能体间的通信频率. 围绕上述目标, 本文设计了两种控制策略, 其共性在于均采用了固定时间控制律与动态事件触发机制的协同设计框架. 二者的区别在于扰动抑制的处理方式: 其一为基于符号函数的动态事件触发固定时间控制器 (symbol-function-based dynamic event-triggered fixed-time controller, S-DETFC) 方案 (见式 (3)), 该方案由定理 1 保证, 能有效补偿扰动, 但会引入控制信号抖振; 其二为基于双曲正切函数的动态事件触发固定时间控制器 (tanh-based dynamic event-triggered fixed-time controller, T-DETFC) 方案 (见式 (11) 及定理 2), 该方案作为本文的核心改进, 旨在保持可比性能的同时消除抖振, 并进一步优化通信效率. 后续仿真将与其同框架下的静态事件触发固定时间控制器 (SETFC) 进行性能对比.

下面分析多智能体系统事件触发间隔是否总大于 0, 即任意两次触发时间的最小间隔是有界的, 从而保证控制器不会频繁执行, 即在事件触发过程中系统不存在 Zeno 行为。

定理 3. 多智能体系统 (1) 和 (2) 在触发条件 (9) 下, 实现领导跟随一致性的同时不存在 Zeno 行为。

首先证明当 $|\varepsilon_i(t)| < \delta$, $|y_i(t)| < \delta$ 时, 经过一系列推导最终得到 $|E_i(t)| = \varphi_1 + \varphi_2(t_k^i) + \varphi_3(t_{k'}^j)$; 其次当 $|\varepsilon_i(t)| \geq \delta$, $|y_i(t)| \geq \delta$ 时, 其证明步骤与 $|\varepsilon_i(t)| < \delta$, $|y_i(t)| < \delta$ 的证明过程基本相同, 化简得到 $|E_i(t)| = \bar{\varphi}_1 + \bar{\varphi}_2(t_k^i) + \bar{\varphi}_3(t_{k'}^j)$, 它们之间存在不等式关系, 即 $\bar{\varphi}_1 + \bar{\varphi}_2(t_k^i) + \bar{\varphi}_3(t_{k'}^j) \leq \varphi_1 + \varphi_2(t_k^i) + \varphi_3(t_{k'}^j)$, 所以只需要验证定理 3 中当 $|\varepsilon_i(t)| < \delta$, $|y_i(t)| < \delta$ 时, 触发间隔是否大于 0 即可。详细证明过程见附录 C。

注 5. 动态事件触发策略显著延长通信间隔、大幅降低通信频率的优势, 表现为在系统实现固定时间收敛的完整时间区间内, 动态事件触发策略 (7) ~ (9) 相较于传统静态事件触发策略, 能够有效减少总通信次数, 从而延长平均通信间隔并降低平均通信频率。该性能提升的内在机理在于固定时间控制器 (11) 下收敛时间上界与初始状态无关, 而动态事件触发机制通过其内部动态变量自适应调节触发阈值, 在严格保证 Lyapunov 稳定的前提下动态地调节通信资源。这种设计使系统在状态变化剧烈时保持必要的通信频率以确保收敛进程, 而在状态平稳时显著减少通信, 最终实现在不牺牲固定时间收敛性能的前提下, 最大化提升通信效率的协同优化目标。仿真结果 (见第 5 节) 验证了上述结论。

4 算法

为清晰呈现本文提出的基于双曲正切函数的动态事件触发固定时间控制器的实现流程, 算法 1 给出了仿真步骤。该算法的核心在于将固定时间控制律 (式 (11)) 与动态事件触发机制 (式 (7) ~ (9)) 相结合, 在每个采样步长 Δt 内并行执行。其中, 控制参数 c_1, c_2, c_3, a, b 主要调节系统的固定时间收敛性能, K 和 \hat{d} 用于增强扰动抑制能力; 事件触发参数 $\rho, \theta, \sigma, \varepsilon$ 协同调节触发阈值和动态变量 $\chi_i(t)$ 的更新过程, 共同影响通信频率与控制精度之间的平衡。

算法 1. T-DETFC 算法实现流程

输入. $N, \hat{G}, A, \hat{L}, u_0(t), c_1, c_2, c_3, a, b, K, \hat{d}, \rho, \theta, \sigma, \varepsilon, \delta, x_i(0), \chi_i(0) > 0$.

输出. $x_i(t), u_i(t), \{t_k^i\}$

1: 初始化: $t \leftarrow 0, t_k^i \leftarrow 0, x_i(0), \chi_i(0) > 0$

2: **while** $t < T_{\max}$ **do**

```

3:    $t \leftarrow t + \Delta t$ 
4:    $x_0(t) = x_0(t - \Delta t) + (u_0(t - \Delta t) + f(x_0(t - \Delta t), t - \Delta t)) \times \Delta t$ 
5:   for  $i = 1 : N$  do
6:     获取邻居状态  $x_j(t_k^j), j \in \mathcal{N}_i$  ( $\mathcal{N}_i$  表示智能体  $i$  的邻居集合)
7:      $\hat{x}_i(t) = x_i(t) - x_0(t)$ 
8:      $y_i(t) = \sum_{j=0}^N a_{ij}(x_i(t) - x_j(t_k^j))$ 
9:     事件触发判断
10:    根据式 (13) 计算  $E_i(t)$ 
11:     $\chi_i(t) = \chi_i(t - \Delta t) + \dot{\chi}_i(t - \Delta t) \times \Delta t$ 
12:     $g_i(t) = \theta \left( |E_i(t)| - \frac{1}{2} \varepsilon c_1 |y_i(t)|^{[1 - \frac{b}{a}]} - \frac{1}{2} \varepsilon c_2 |y_i(t)|^{[1 + \frac{b}{a}]} \right)$ 
13:
14:    if  $g_i(t) \geq 0$  then
15:       $t_{k+1}^i \leftarrow t$ 
16:      广播  $x_i(t)$  至  $\mathcal{N}_i$ 
17:      根据式 (11) 计算新的控制输入  $u_i(t)$ 
18:       $E_i(t) \leftarrow 0$ 
19:    else
20:       $u_i(t) = u_i(t_k^i)$ 
21:    end if
22:    状态更新
23:     $x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + (u_i(t) + f(x_i(t), t) + d_i(x_i(t), t)) \times \Delta t$ 
24:  end for
25: end while

```

控制器参数 c_1, c_2, c_3, a, b 共同决定了系统的固定时间收敛上界, 增大这些参数可加速收敛, 但可能增大控制输入; K 和 \hat{d} 用于增强系统的扰动抑制能力, 其取值需根据外部扰动的上界进行调整。事件触发参数 $\rho, \theta, \sigma, \varepsilon$ 协同调节事件触发机制, 其中 ρ 和 θ 主要影响动态变量 $\chi_i(t)$ 的更新速率, σ 和 ε 共同决定触发阈值的大小, 增大这些参数可减少通信频率, 但可能影响控制精度。控制器参数与事件触发参数需协同设计, 在保证系统固定时间稳定的前提下, 实现通信资源消耗与控制性能的最优平衡。

5 系统仿真

为验证所提控制策略的有效性与优越性, 本文设计仿真实验并对仿真结果进行分析。关键仿真参数设置如表 1 所示。

考虑由 4 个跟随者和 1 个领导者组成的多智能体系统, 5 个智能体之间的关系用通信拓扑图表示, 如图 1 所示。对于系统 (1) 和 (2), 非线性函数选择

表 1 动态事件触发固定时间一致性算法主要参数
Table 1 Main parameters of dynamic event-triggered fixed-time consensus algorithm

参数	值
λ	1.4
\hat{u}	3.0
ρ	5.0
σ	3.0
ε	0.006
δ	0.4
K	5.0
a	2.0
b	1.0
q	1.4
p	0.4

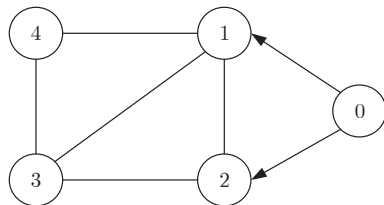


图 1 通信拓扑图

Fig.1 Communication topology diagram

$f(x_i(t), t) = 0.2x_i(t) + \sin(x_i(t))$, $f(x_0(t), t) = 0.2x_0(t)$, 跟随者的扰动和领导者的控制输入分别为 $d_i(x_i(t), t) = 0.1 \cos(t)$, $u_0(t) = 1.5 \sin(t)$. 其中 $f(x_i(t), t)$, $d_i(x_i(t), t)$, $u_0(t)$ 分别满足假设 2、假设 3、假设 4. $\hat{d} = 0.3$. 假设领导者的初始状态为 $x_0(0) = 0$, 4 个跟随者的初始状态为 $x(0) = [1, -2, 1, -2]^T$.

$$\begin{aligned} \lambda_2(\widehat{L}) &= \lambda_2(\widehat{L}_{[-\frac{2a}{b}]}) = \lambda_2(\widehat{L}_{[\frac{2a}{b}]}) = \\ &= \lambda_2(\widehat{L}_{[\frac{2a}{a-b}]}) = 1.4 \\ \lambda_N(\widehat{L}) &= \lambda_N(\widehat{L}_{[-\frac{2a}{b}]}) = \lambda_N(\widehat{L}_{[\frac{2a}{b}]}) = \\ &= \lambda_N(\widehat{L}_{[\frac{2a}{a-b}]}) = 5.5 \end{aligned}$$

由图 1 可得对应的拉普拉斯矩阵为:

$$L = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

领导-跟随者邻接矩阵为: $B = \text{diag}\{1, 1, 0, 0\}$.

根据 S-DETFC 策略 (式 (3)、测量误差 (6)、触发函数 (7)、动态变量 (8)、触发条件 (9)), 设计相关参数为 $\chi_i(0) = 13$, $a = 2$, $b = 1$, $c_1 = 2$, $c_2 = 4$, c_3

$= 5$, 满足定理 1 的条件. $\lambda_2(\widehat{L}) = 1.4$, $\lambda_N(\widehat{L}) = 5.5$, $k_1 = 5.14$, $k_2 = 9.69$, 根据式 (A9) 计算得到 $T_{\max} \approx 14.46$ s.

在 S-DETFC 策略 (式 (3)) 作用下, 系统虽能达成一致, 但其控制输入信号存在显著抖振, 该现象源于符号函数固有的不连续性. 输入抖振不仅加剧了执行器的磨损风险, 也干扰了系统的暂态过程, 表现为跟踪误差存在较大超调与振荡. 为从根本上消除抖振并进一步优化性能, 本文采用 T-DETFC 策略 (即基于双曲正切函数的动态事件触发固定时间控制器). 该策略产生的控制输入平滑连续, 有效克服了 S-DETFC 的固有缺陷.

为定量评估不同策略的通信效率, 表 2 与表 3 分别统计了各智能体在 S-DETFC、T-DETFC 及 SETFC 三种策略下的触发次数与平均触发间隔. 仿真结果表明, T-DETFC 策略能有效地节省通信资源, 其总触发次数 (261 次) 较 S-DETFC 策略 (1765 次) 减少约 85.2%, 较 SETFC 策略 (2252 次) 减少约 88.4% (见表 2). 平均触发间隔是衡量通信频率的直接指标, 触发间隔越大, 通信频率越低, 效率越高. 如表 3 所示, T-DETFC 的平均触发间隔 (0.056 9 s) 分别达到 SETFC (0.005 4 s) 和 S-DETFC (0.018 8 s) 的约 10.5 倍和约 3.0 倍. 以上结果均在既定参数与假设下通过重复仿真获得, 数据稳定, 充分证明所提动态事件触发机制与光滑化处理在保证控制性能的同时, 能显著降低通信负担.

表 2 不同控制策略下智能体触发次数统计

Table 2 Triggering count statistic for agents under different control strategies

控制策略	跟随者 1	跟随者 2	跟随者 3	跟随者 4	总数
S-DETFC	231	529	509	496	1765
T-DETFC	63	74	67	57	261
SETFC	566	556	553	577	2252

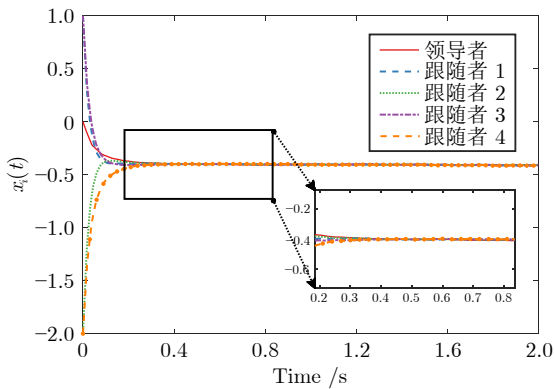
表 3 不同控制策略下智能体触发间隔统计 (s)

Table 3 Triggering interval statistic for agents under different control strategies (s)

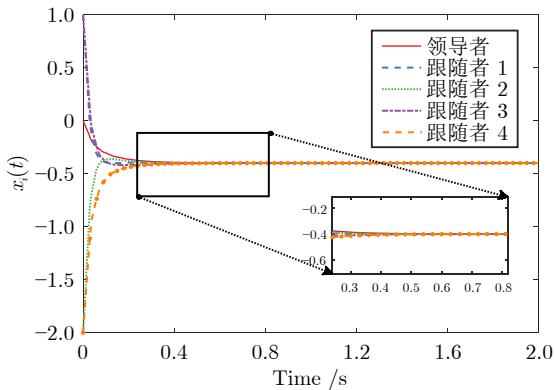
控制策略	跟随者 1	跟随者 2	跟随者 3	跟随者 4	均值
S-DETFC	0.0206	0.0168	0.0182	0.0198	0.0188
T-DETFC	0.0477	0.0525	0.0636	0.0641	0.0569
SETFC	0.0059	0.0050	0.0060	0.0049	0.0054

图 2(a) 展示了基于 S-DETFC 策略 (控制协议 (3) 与触发函数 (7)) 的多智能体状态演化过程. 实验结果表明, 在初始阶段 ($t < 0.3$ s) 跟随智能体与领导者状态存在显著偏差; 当 $t > 0.3$ s 时, 系统

进入快速收敛阶段, 所有跟随者状态渐近收敛至领导者的参考轨迹 $x_0(t)$, 并于 $t = 0.6$ s 时达成一致, 验证了 S-DETFC 策略的有效性. 图 2(b) 为采用 T-DETFC 策略 (控制协议 (11) 和相同的触发函数 (7)) 的对比实验结果. 相比于图 2(a), 图 2(b) 通过引入双曲正切函数, 显著加快了收敛速度, 所有智能体在 $t = 0.3$ s 时即进入稳定状态, 并在 $t = 0.4$ s 达成一致性, 较 S-DETFC 策略收敛速度提升 33.3%. T-DETFC 策略的真实收敛时间 $T \approx 0.4$ s 小于理论预设的上界 $T_{\max} \approx 14.46$ s, 表明 T-DETFC 策略在保证固定时间收敛性的同时, 具有更优的瞬态性能.



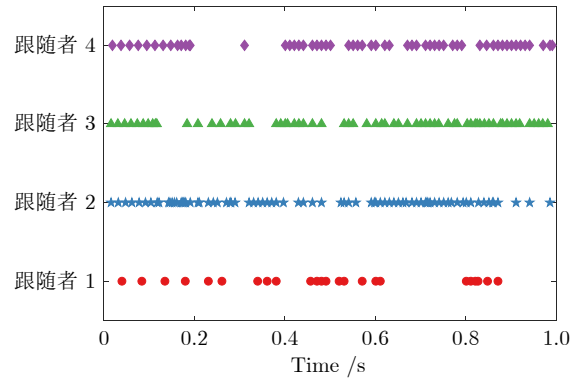
(a) S-DETFC 作用下各智能体的状态轨迹
(a) The state trajectory of each agent under S-DETFC



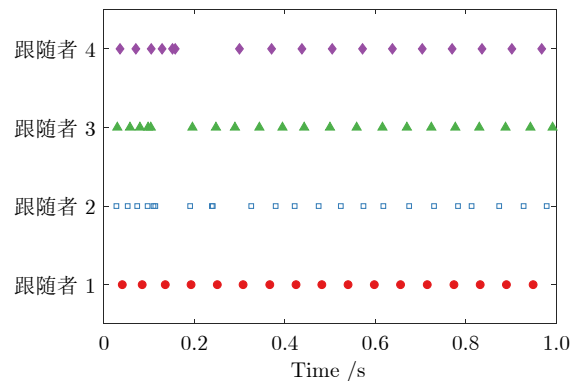
(b) T-DETFC 作用下各智能体的状态轨迹
(b) The state trajectory of each agent under T-DETFC

图 2 动态事件触发控制下多智能体系统状态同步对比
Fig.2 Comparison of state synchronization in multi-agent systems under dynamic event-triggered control

图 3(a) 展示了 S-DETFC 策略下的触发时刻分布. 实验数据显示在 $0 \leq t < 0.2$ s 阶段, 跟随智能体间协同误差较大, 事件触发频繁, 平均触发间隔较短; 随着系统渐近收敛 ($0.2 \leq t < 0.8$ s), 触发频率逐步降低, 间隔增大. 系统在约 $t \geq 0.2$ s 进入稳态后, 由于符号函数引起的抖振影响, 其触发间隔并未出现理论预期的显著增长, 触发事件在稳态阶



(a) S-DETFC 作用下各智能体的触发间隔
(a) The triggering interval of each agent under S-DETFC



(b) T-DETFC 作用下各智能体的触发间隔
(b) The triggering interval of each agent under T-DETFC

图 3 动态事件触发控制下多智能体系统通信触发间隔对比

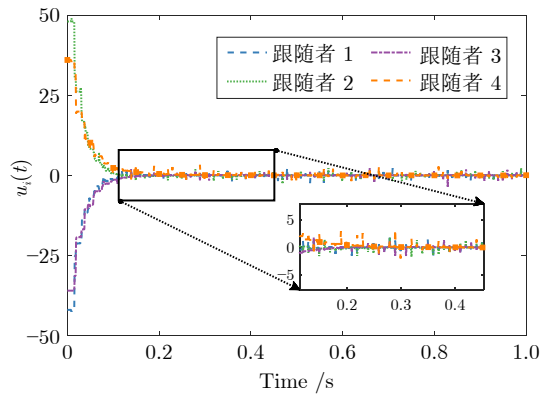
Fig.3 Comparison of communication triggering intervals of multi-agent systems under dynamic event-triggered control

段仍保持相对频繁的发生频率. 这表明该策略在消除稳态抖振、进一步优化通信资源方面存在提升空间.

图 3(b) 为 T-DETFC 策略下的触发时刻分布. 对比图 3(a) 可见, T-DETFC 策略有效改善了通信性能. 在动态过程初期 ($0 \leq t < 0.2$ s), 其触发时刻同样较为密集; 但在 $t \geq 0.2$ s 系统进入稳态后, 触发间隔迅速扩大并基本保持稀疏、一致的状态, 有效避免了由抖振引发的多余触发; 稳态阶段 ($t \geq 0.2$ s), T-DETFC 的触发间隔显著大于 S-DETFC 策略在同阶段的触发间隔. 触发效率的全面提升, 反映在系统总通信量上, 即较 S-DETFC 策略减少约 85.2% (见表 2). 该结果从通信资源消耗的角度证实, T-DETFC 策略通过抑制抖振, 在维持控制性能的前提下, 具备更优的节能潜力.

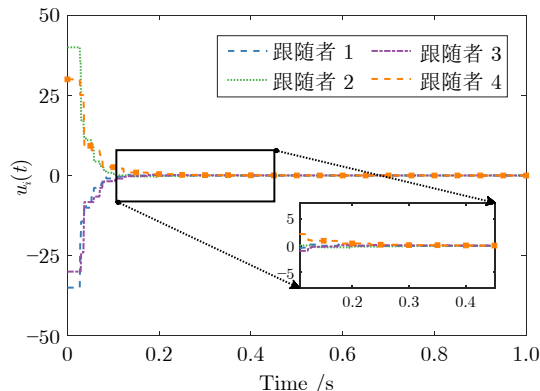
图 4(a) 展示了 S-DETFC 策略下的控制输入演化. 实验结果表明, 在收敛阶段 ($0.2 \leq t < 0.8$ s), 各智能体输入信号呈现显著抖振 (最大瞬时波动幅值为 3), 其根源为事件触发机制在阈值边界处的频繁切换. 此外, 非触发时刻输入保持恒定的特性

导致阶梯状轨迹, 进一步加剧了执行器磨损风险. 图 4(b) 是 T-DETFC 策略下的输入轨迹. 通过引入双曲正切函数对控制信号进行光滑化处理, 有效抑制了抖振幅值. 同时, 动态阈值的自适应调节使得触发间隔扩大, 输入信号的阶梯状特征显著弱化. 特别地, 当系统进入稳态 ($t > 0.8$ s) 后, 控制输入维持近似恒定, 验证了 T-DETFC 策略在平衡控制精度与执行器寿命方面的优越性.



(a) S-DETFC 作用下各智能体的输入轨迹

(a) The input trajectory of each agent under S-DETFC



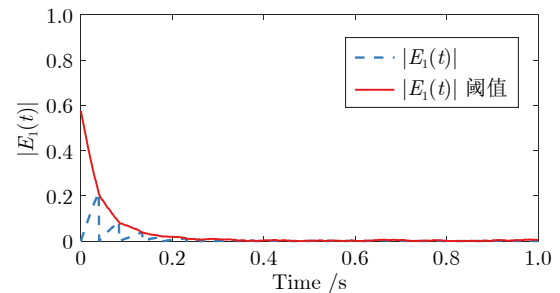
(b) T-DETFC 作用下各智能体的输入轨迹

(b) The input trajectory of each agent under T-DETFC

图 4 动态事件触发控制下多智能体系统输入轨迹对比
Fig.4 Comparison of input trajectories of multi-agent systems under dynamic event-triggered control

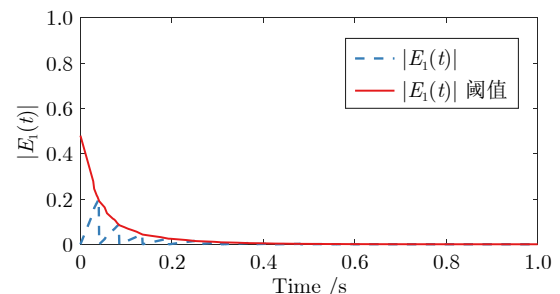
图 5 展示了在 S-DETFC 策略和 T-DETFC 策略下跟随者 1 和跟随者 4 的测量误差 $|E_i(t)|$ 及其动态阈值的演化过程. 实验数据表明, 在初始阶段 ($t < 0.1$ s), 所有跟随者的误差信号均紧邻阈值边界波动, 触发密集. 尽管误差幅值周期性逼近阈值, 但未发生超限现象, 验证了动态阈值设计 (式 (8)) 对通信冗余的抑制作用. 图 5(b) 和图 5(d) 为 T-DETFC 策略下的误差-阈值演化. 改进后的控制策略 (式 (11)), 测量误差的波动幅值显著降低, 且与阈值的平均相对距离扩大, 表明系统在维持一致性

的同时大幅减少了通信需求. 特别地, 当 $t > 0.2$ s 后, 误差轨迹呈现平稳衰减特性, 进一步印证了固定时间收敛理论 (定理 1) 的有效性.



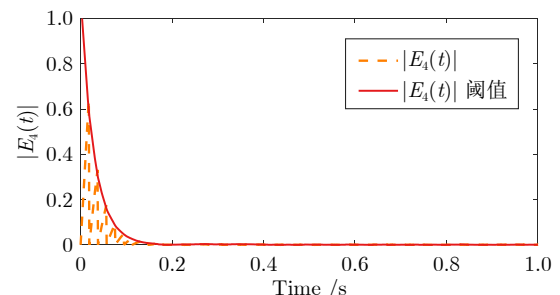
(a) S-DETFC 作用下跟随者 1 测量误差的变化

(a) The variation of the measurement error of follower 1 under S-DETFC



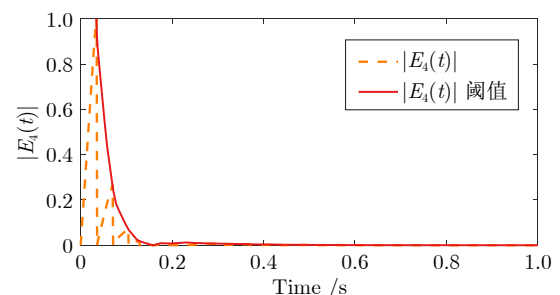
(b) T-DETFC 作用下跟随者 1 测量误差的变化

(b) The variation of the measurement error of follower 1 under T-DETFC



(c) S-DETFC 作用下跟随者 4 测量误差的变化

(c) The variation of the measurement error of follower 4 under S-DETFC



(d) T-DETFC 作用下跟随者 4 测量误差的变化

(d) The variation of the measurement error of follower 4 under T-DETFC

图 5 动态事件触发控制下测量误差与阈值演化对比
Fig.5 Comparison of measurement error and threshold evolution under dynamic event-triggered control

在相同的参数下,修改触发条件和触发函数,可得到 SETFC 策略下各智能体的状态轨迹图、控制输入图以及触发时刻图。

如图 6 所示,在 SETFC 策略下,4 个跟随者的位置误差在 0.4 s 内快速收敛至零邻域,并与领导者轨迹完全重合,展现出卓越的一致性跟踪性能。在稳态阶段 ($t > 0.4$ s),控制输入保持恒定值,系统轨迹平滑无振荡,验证了 SETFC 策略可高效维持系统稳定性。瞬态过程呈现优良动态特性:响应迅速且无超调现象,调节时间短。充分说明控制策略的强鲁棒性。

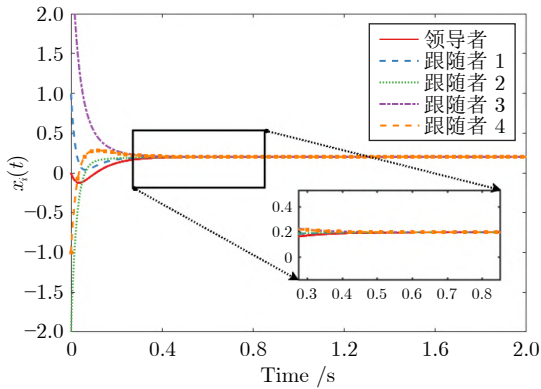


图 6 SETFC 作用下各智能体的状态轨迹

Fig.6 The state trajectory of each agent under SETFC

图 7 展示了 SETFC 策略下控制输入 $u_i(t)$ 的变化。在初始阶段 ($0 \leq t \leq 0.2$ s),控制输入频繁更新,触发时刻高度密集,导致 $u_i(t)$ 维持恒定值的时间窗口极短,性能趋近于时间触发机制;而在稳态阶段 ($t > 0.4$ s),触发频率显著提升,控制输入呈现准连续更新特性,恒定状态区间难以观测。

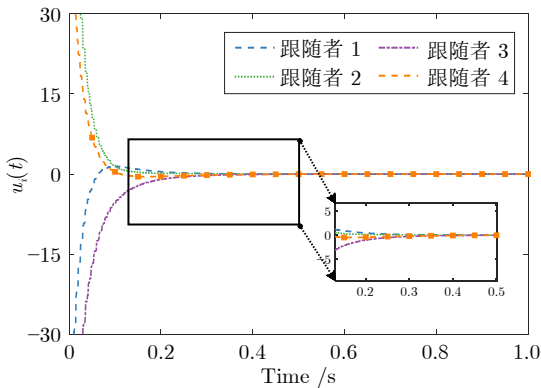


图 7 SETFC 作用下各智能体的控制输入

Fig.7 The control input of each agent under SETFC

图 8 通过离散触发点序列进一步表征 SETFC 策略的动态特性。各智能体的触发条件在初始

阶段 ($0 \leq t \leq 0.2$ s) 持续满足,触发时间间隔 Δt_k 显著缩短;在稳态阶段 ($t > 0.4$ s),触发点分布密度进一步增加。此现象与图 7 的控制输入持续更新特性一致,表明系统在 SETFC 策略下仍维持高频通信需求。

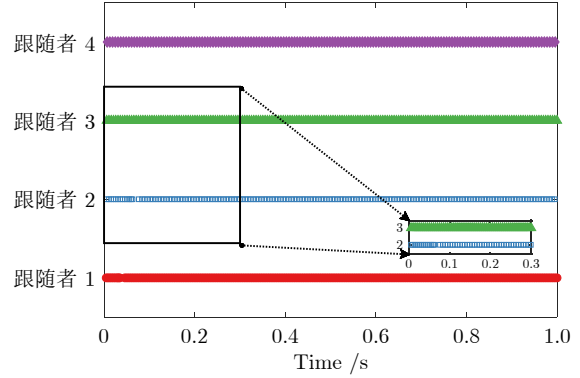


图 8 SETFC 作用下各智能体的触发时刻

Fig.8 The triggering time of each agent under SETFC

SETFC 策略采用固定周期通信机制,易引发资源浪费(如高能耗与冗余数据传输),其触发时刻在时间轴上均匀分布。相比之下,S-DETFC 和 T-DETFC 策略通过状态依赖的自适应机制,显著降低通信负载与能耗,同时增强系统抗干扰能力。综合来说,当系统动态平缓、状态变化范围有界且通信资源充足时,SETFC 策略因实现简单、计算负担小、参数调节速度快可作为首选;对于高动态系统或严格资源约束场景(如无线传感网络),S-DETFC 和 T-DETFC 策略更具优势。该对比验证了动态事件触发控制在多智能体协同任务中的显著优势。

6 结束语

本文针对非线性多智能体系统在外部有界扰动下的固定时间一致性问题,提出一种基于动态事件触发的分布式控制方法。设计结合跟踪误差与内部动态变量的新型事件触发条件,并基于 Lyapunov 稳定性理论严格证明闭环系统对于任意初始状态均能在固定时间内实现一致性,且收敛时间上界独立于初始状态,同时排除了 Zeno 行为。设计的两种控制协议均能保证固定时间稳定。理论分析与仿真结果表明,T-DETFC 协议利用双曲正切函数的光滑性,有效消除了控制抖振,改善了暂态性能。在通信性能方面,所提动态事件触发机制显著降低了通信负载:与 SETFC 相比,T-DETFC 策略使总触发次数减少约 88.4%,平均触发间隔延长约 10.5 倍;与 S-DETFC 策略相比,总触发次数进一步减少约 85.2%,平均触发间隔延长约 3.0 倍。

需要指出的是, 本研究仍存在一些局限: 理论分析限于固定无向拓扑, 且未涵盖通信时延与数据丢包等实际网络约束. 未来的研究将致力于将这些成果拓展至时变或有向拓扑情形, 并融合通信延迟补偿策略, 以增强方法的实用性.

附录 A 定理 1 证明

引理 1^[34]. 1) 无向连通图 G 的拉普拉斯矩阵 L 是半正定的, 其存在一个零特征值和 $N-1$ 个正定特征值, 将 L 的特征值按升序排列为 $0 \leq \lambda_2(L) \leq \dots \leq \lambda_N(L)$. $\mathbf{1} = [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbf{R}^N$ 是与特征值 0 对应的特征向量, 如果 $\mathbf{1}^T x = 0$, $x = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$, 则 $\lambda_2(L)x^T x \leq x^T L x \leq \lambda_N(L)x^T x$;

2) 无向图 G 的拉普拉斯矩阵 L 的第二小特征值 $\lambda_2(L)$ 满足:

$$\lambda_2(L) = \min_{\|x\| \neq 0, \sum_{i=1}^N x_i = 0} \frac{x^T L x}{\|x\|^2} > 0$$

当 $\sum_{i=1}^N x_i = 0$ 时, $x^T L x \geq \lambda_2(L)x^T x$.

引理 2^[35]. 考虑非线性系统

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t), \quad x(0) = x_0$$

其中, x_0 为初始状态; $x \in \mathbf{R}^n$; $f: \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^n$ 满足 $f(\mathbf{0}, t) = \mathbf{0}$. 若存在连续径向无界函数 $V: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^+ \cup \{0\}$ 满足:

$$1) V(x) = 0 \Leftrightarrow x = \mathbf{0}$$

$$2) \dot{V}(x(t)) \leq -\alpha V^\mu(x(t)) - \beta V^\nu(x(t))$$

其中, $\alpha > 0$; $\beta > 0$; $\mu \in (0, 1)$; $\nu \in (1, \infty)$. 则收敛时间上界为:

$$T \leq T_{\max} = \frac{1}{\alpha(1-\mu)} + \frac{1}{\beta(\nu-1)}$$

当 $\mu = 1 - 1/p$, $\nu = 1 + 1/p$ ($p > 1$) 时, 收敛时间满足:

$$T \leq T_{\max} = \frac{\pi p}{2\sqrt{\alpha\beta}}$$

此时系统全局固定时间稳定.

引理 3^[36]. 对 $x_1, \dots, x_N \geq 0$, 有

$$\sum_{i=1}^N x_i^p \geq \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^p, \quad 0 < p \leq 1$$

$$\sum_{i=1}^N x_i^p \geq N^{1-p} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^p, \quad p > 1$$

推论 1. 对于任意实向量 $y(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_N(t)]^T \in \mathbf{R}^N$, 设 $a > 0$, $b > 0$, 记 $p = 2 + b/a > 2$, 以下不等式成立:

$$\sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]} \geq N^{[-\frac{b}{2a}]} \left(\sum_{i=1}^N y_i^2(t) \right)^{[1+\frac{b}{2a}]}$$

证明. 对每个分量 $y_i(t)$, 利用指数运算法则, 有:

$$|y_i(t)|^{2+\frac{b}{a}} = |y_i(t)|^{2(1+\frac{b}{2a})} = \left(|y_i(t)|^2 \right)^{(1+\frac{b}{2a})} = (y_i^2(t))^{1+\frac{b}{2a}}$$

因此,

$$\sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]} = \sum_{i=1}^N (y_i^2(t))^{[1+\frac{b}{2a}]}$$

令 $x_i(t) = y_i^2(t) \geq 0$, 取 $q = 1 + b/(2a)$. 由 $a > 0$, $b > 0$ 可知 $q \geq 1$, 根据引理 3

$$\sum_{i=1}^N x_i^q \geq N^{1-q} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^q$$

代入 $x_i(t) = y_i^2(t)$ 及 $q = 1 + b/(2a)$ 得:

$$\sum_{i=1}^N (y_i^2(t))^{[1+\frac{b}{2a}]} \geq N^{[-\frac{b}{2a}]} \left(\sum_{i=1}^N y_i^2(t) \right)^{[1+\frac{b}{2a}]}$$

由于 $\sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]} = \sum_{i=1}^N (y_i^2(t))^{[1+\frac{b}{2a}]}$, 因此:

$$\sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]} \geq N^{[-\frac{b}{2a}]} \left(\sum_{i=1}^N y_i^2(t) \right)^{[1+\frac{b}{2a}]}$$

□

推论 2. 设 $a, b > 0$ 为常数且满足 $0 \leq b/(2a) < 1$, 则对任意实向量 $y(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_N(t)]^T \in \mathbf{R}^N$, 以下不等式成立:

$$\sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2-\frac{b}{a}]} \geq \left(\sum_{i=1}^N y_i^2(t) \right)^{[1-\frac{b}{2a}]}$$

证明. 对每个分量 $y_i(t)$, 利用指数运算法则, 有:

$$|y_i(t)|^{2-\frac{b}{a}} = |y_i(t)|^{2(1-\frac{b}{2a})} = \left(|y_i(t)|^2 \right)^{(1-\frac{b}{2a})} = (y_i^2(t))^{1-\frac{b}{2a}}$$

因此,

$$\sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2-\frac{b}{a}]} = \sum_{i=1}^N (y_i^2(t))^{[1-\frac{b}{2a}]}$$

令 $x_i(t) = y_i^2(t) \geq 0$, $p = 1 - b/(2a)$, 由已知条件 $0 \leq b/(2a) < 1$ 知 $0 < p \leq 1$. 当 $p = 0$ 时, 即 $b = 2a$, 不等式两边都为 N , 显然成立, 以下考虑 $p > 0$ 的情况.

根据引理 3, 对任意非负实数 x_1, x_2, \dots, x_N

和指数 $0 < p \leq 1$, 有:

$$\sum_{i=1}^N x_i^p \geq \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^p$$

根据 $\sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2-b/a]} = \sum_{i=1}^N (y_i^2(t))^{[1-b/(2a)]}$ 可得:

$$\sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2-b/a]} \geq \left(\sum_{i=1}^N y_i^2(t) \right)^{[1-b/2a]}$$

□

引理 5^[37]. 对无向图 $G = (V, E, A)$ 及其拉普拉斯矩阵 L , 任意向量 $x \in \mathbf{R}^N$ 满足:

$$x^T L x = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} (x_j - x_i)^2$$

引理 6^[38]. 若 N 个跟随者和 1 个领导者组成的通信图包含以领导者为根的有向生成树, 则矩阵 $-L_1$ 是赫尔维茨稳定的, 且存在正定对角阵 $W = \text{diag}\{w_1, \dots, w_N\}$ 使得 $W L_1 + L_1^T W$ 正定.

证明. 考虑如下 Lyapunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{2} \hat{x}^T(t) \widehat{L} \hat{x}(t) + \sum_{i=1}^N \chi_i(t) \quad (\text{A1})$$

对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \hat{x}^T(t) \widehat{L} \dot{\hat{x}}(t) + \sum_{i=1}^N \dot{\chi}_i(t) = \\ & \hat{x}^T(t) \widehat{L} \left(-E(t) - \right. \\ & c_1 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right)^{[1-b/a]} - \\ & c_2 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right)^{[1+b/a]} - \\ & c_3 \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) - \\ & \hat{d} \times \text{sgn} \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right) + \\ & f(x_i(t), t) - f(x_0(t), t) + d_i(x_i(t), t) - \\ & u_0(t) \left. \right) + \sum_{i=1}^N \dot{\chi}_i(t) \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

因为

$$y_i(t) = \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t))$$

$$y(t) = [y_1(t), \dots, y_N(t)]^T = \widehat{L} \hat{x}(t)$$

由此得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \sum_{i=1}^N y_i(t) \left(-c_1 (\widehat{L} \hat{x}(t))^{[1-b/a]} - c_2 (\widehat{L} \hat{x}(t))^{[1+b/a]} - \right. \\ & E(t) - c_3 (\widehat{L} \hat{x}(t)) - \hat{d} \times \text{sgn}(\widehat{L} \hat{x}(t)) + \\ & f(x_i(t), t) - f(x_0(t), t) + d_i(x_i(t), t) - \\ & \mathbf{1}_N u_0(t) \left. \right) + \sum_{i=1}^N \dot{\chi}_i(t) = \\ & - \sum_{i=1}^N y_i(t) E_i(t) - c_1 \sum_{i=1}^N y_i(t) (y_i(t))^{[1-b/a]} - \\ & c_2 \sum_{i=1}^N y_i(t) (y_i(t))^{[1+b/a]} - c_3 \sum_{i=1}^N y_i^2(t) + \\ & \sum_{i=1}^N y_i(t) (f(x_i(t), t) - f(x_0(t), t)) - \\ & \hat{d} \sum_{i=1}^N y_i(t) \text{sgn}(y_i(t)) + \\ & \sum_{i=1}^N y_i(t) (d_i(x_i(t), t) - u_0(t)) + \sum_{i=1}^N \dot{\chi}_i(t) \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

化简合并得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \sum_{i=1}^N |y_i(t)| |E_i(t)| - c_1 \sum_{i=1}^N (y_i(t))^{[2-b/a]} - \\ & c_2 \sum_{i=1}^N (y_i(t))^{[2+b/a]} - c_3 \sum_{i=1}^N y_i^2(t) + \\ & \sum_{i=1}^N |y_i(t)| |f(x_i(t), t) - f(x_0(t), t)| + \\ & \sum_{i=1}^N (|y_i(t)| (|d_i(x_i(t), t)| - |u_0(t)|) - \\ & \hat{d} |y_i(t)|) + \sum_{i=1}^N \dot{\chi}_i(t) \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

将内部动态变量的导数式 (8) 代入上式, 在假设 3、假设 4 和假设 5 成立的条件下, 有 $|d_i(x_i(t), t)| - |u_0(t)| - \hat{d} \leq |d_i(x_i(t), t)| - \hat{d} \leq \hat{d} - \hat{d} = 0$. 由假设 2 可知 $|f(x_i(t), t) - f(x_0(t), t)| \leq \lambda |x_i(t) - x_0(t)|$, 结

合触发函数和触发条件的表达式, 上式可进一步化简为:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \sum_{i=1}^N \left((|y_i(t)| - \sigma) \left(-\frac{1}{2} \varepsilon c_1 |y_i(t)|^{[1-\frac{b}{2a}]} + \right. \right. \\ & \left. \left. |E_i(t)| - \frac{1}{2} \varepsilon c_2 |y_i(t)|^{[1+\frac{b}{2a}]} \right) - \sum_{i=1}^N \rho \chi_i(t) - \right. \\ & c_1 \sum_{i=1}^N (y_i^2(t))^{[1-\frac{b}{2a}]} - c_2 \sum_{i=1}^N (y_i^2(t))^{[1+\frac{b}{2a}]} - \\ & c_3 \sum_{i=1}^N y_i^2(t) + \lambda \sum_{i=1}^N |y_i(t)| |\widehat{x}_i(t)| \leq \\ & \sum_{i=1}^N \left(\frac{|y_i(t)| - \sigma}{\theta} - \rho \right) \chi_i(t) - \\ & c_1 \sum_{i=1}^N (y_i^2(t))^{[1-\frac{b}{2a}]} - c_3 \sum_{i=1}^N y_i^2(t) - \\ & c_2 \sum_{i=1}^N (y_i^2(t))^{[1+\frac{b}{2a}]} + \lambda \sum_{i=1}^N |y_i(t)| |\widehat{x}_i(t)| \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

由推论 1 得到:

$$c_2 \sum_{i=1}^N (y_i^2(t))^{[1+\frac{b}{2a}]} \geq c_2 N^{[-\frac{b}{2a}]} \left(\sum_{i=1}^N y_i^2(t) \right)^{[1+\frac{b}{2a}]}$$

由推论 2 得到:

$$c_1 \sum_{i=1}^N (y_i^2(t))^{[1-\frac{b}{2a}]} \geq c_1 \left(\sum_{i=1}^N y_i^2(t) \right)^{[1-\frac{b}{2a}]}$$

其中, $0 \leq b/(2a) < 1$.

将上述结论代入式 (A5), 化简得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \sum_{i=1}^N \left(\frac{|y_i(t)| - \sigma}{\theta} - \rho \right) \chi_i(t) - \\ & c_1 \left(\sum_{i=1}^N y_i^2(t) \right)^{[1-\frac{b}{2a}]} - c_3 \sum_{i=1}^N y_i^2(t) - \\ & c_2 N^{[-\frac{b}{2a}]} \left(\sum_{i=1}^N y_i^2(t) \right)^{[1+\frac{b}{2a}]} + \lambda \sum_{i=1}^N |y_i(t)| |\widehat{x}_i(t)| \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

令 $V_1(t) = (\widehat{x}(t))^T \widehat{L} \widehat{x}(t)/2$, 由假设 1 和引理 1 可知, 图 \widehat{G} 的拉普拉斯矩阵 \widehat{L} 的特征值满足 $0 < \lambda_2(\widehat{L}) \leq \dots \leq \lambda_N(\widehat{L})$, 对任意 $\widehat{x}(t)$ 与零特征向量正交, 有:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N y_i^2(t) &= (\widehat{x}(t))^T \widehat{L}^2 \widehat{x}(t) \geq \\ & \lambda_2(\widehat{L}) (\widehat{x}(t))^T \widehat{L} \widehat{x}(t) = 2\lambda_2(\widehat{L}) V_1(t) \end{aligned}$$

其中, $\lambda_2(\widehat{L})$ 为矩阵 \widehat{L} 的最小非零特征值, 反映系统的收敛速度; $\lambda_N(\widehat{L})$ 为其最大特征值, 与系统的最大振荡幅度相关. 定义 $\widehat{x}(t) = [\widehat{x}_1(t), \dots, \widehat{x}_N(t)]^T$, 且 $\widehat{x}_0(t) = 0$, 则 $y_i(t) = \sum_{j=0}^N a_{ij}(x_i(t) - x_j(t)) = \sum_{j=0}^N a_{ij}(\widehat{x}_i(t) - \widehat{x}_j(t))$. 其中, 当 $j=0$ 时, 该项简化为 $a_{i0}\widehat{x}_i(t)$. 令 $y(t) = [y_1(t), \dots, y_N(t)]^T = \widehat{L}\widehat{x}(t)$. 根据引理 6 领导-跟随者多智能体系统包含以领导者为根的有向生成树, 可知拉普拉斯矩阵 \widehat{L} 是正定的, 其特征值为正实数. 利用向量范数的性质, 有

$$\max_i |\widehat{x}_i(t)| \leq \|\widehat{x}(t)\|_\infty \leq \|\widehat{x}(t)\|$$

其中, $\|\cdot\|$ 表示 2-范数; $\|\cdot\|_\infty$ 表示无穷范数. 由于 $y(t) = \widehat{L}\widehat{x}(t)$ 且 \widehat{L} 正定, 由正定矩阵的性质有

$$\|\widehat{x}(t)\| \leq \frac{1}{\lambda_2(\widehat{L})} \|\widehat{L}\widehat{x}(t)\| = \frac{1}{\lambda_2(\widehat{L})} \|y(t)\|$$

由此, 得到

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N |y_i(t)| |\widehat{x}_i(t)| &\leq \max_i |\widehat{x}_i(t)| \sum_{i=1}^N |y_i(t)| \leq \\ & \|\widehat{x}(t)\| \sum_{i=1}^N |y_i(t)| \leq \\ & \frac{1}{\lambda_2(\widehat{L})} \|y(t)\| \sum_{i=1}^N |y_i(t)| \end{aligned}$$

根据不等式关系得到 $\sum_{i=1}^N |y_i(t)| \leq N \max_i |y_i(t)| \leq N \|y(t)\|_\infty \leq N \|y(t)\|$, 代入上式得到

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N |y_i(t)| |\widehat{x}_i(t)| &\leq \frac{1}{\lambda_2(\widehat{L})} \|y(t)\| \times N \|y(t)\| = \\ & \frac{N}{\lambda_2(\widehat{L})} \|y(t)\|^2 \end{aligned}$$

因为 $\|y(t)\|^2 = \sum_{i=1}^N y_i^2(t)$, 得到

$$\sum_{i=1}^N |y_i(t)| |\widehat{x}_i(t)| \leq \frac{N}{\lambda_2(\widehat{L})} \sum_{i=1}^N y_i^2(t)$$

结合上述推导和结论, 式 (A6) 可进一步化简为

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &\leq -c_1 \left(2\lambda_2(\widehat{L})V_1(t)\right)^{\left[1-\frac{b}{2a}\right]} - \\
&c_2 N^{\left[-\frac{b}{2a}\right]} \left(2\lambda_2(\widehat{L})V_1(t)\right)^{\left[1+\frac{b}{2a}\right]} + \\
&\frac{N\lambda}{\lambda_2(\widehat{L})} \sum_{i=1}^N y_i^2(t) - c_3 \sum_{i=1}^N y_i^2(t) \leq \\
&-c_1 \left(2\lambda_2(\widehat{L})V_1(t)\right)^{\left[1-\frac{b}{2a}\right]} - \\
&c_2 N^{\left[-\frac{b}{2a}\right]} \left(2\lambda_2(\widehat{L})V_1(t)\right)^{\left[1+\frac{b}{2a}\right]} + \\
&\left(\frac{N\lambda}{\lambda_2(\widehat{L})} - c_3\right) \sum_{i=1}^N y_i^2(t) = \\
&-c_1 \left(2\lambda_2(\widehat{L})\right)^{\left[1-\frac{b}{2a}\right]} (V_1(t))^{\left[1-\frac{b}{2a}\right]} - \\
&c_2 N^{\left[-\frac{b}{2a}\right]} \left(2\lambda_2(\widehat{L})\right)^{\left[1+\frac{b}{2a}\right]} (V_1(t))^{\left[1+\frac{b}{2a}\right]} + \\
&\left(\frac{N\lambda}{\lambda_2(\widehat{L})} - c_3\right) y_i^2(t) \quad (A7)
\end{aligned}$$

由定理 1 可知 c_3 满足不等式 $\frac{N\lambda}{\lambda_2(\widehat{L})} \leq c_3$, 即

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &\leq -c_1 \left(2\lambda_2(\widehat{L})\right)^{\left[1-\frac{b}{2a}\right]} [(V_1(t))]^{\left[1-\frac{b}{2a}\right]} - \\
&c_2 N^{\left[-\frac{b}{2a}\right]} \left(2\lambda_2(\widehat{L})\right)^{\left[1+\frac{b}{2a}\right]} [(V_1(t))]^{\left[1+\frac{b}{2a}\right]} \quad (A8)
\end{aligned}$$

由引理 2 中 $T \leq T_{\max} = \frac{1}{\alpha(1-\mu)} + \frac{1}{\beta(\nu-1)}$ 可得到领导-跟随者多智能体系统在控制器 (3) 的作用下可以实现固定时间一致性, 且收敛时间 T 满足

$$\begin{aligned}
T \leq T_{\max} &= \frac{1}{c_1 \left(\lambda_2(\widehat{L})\right)^{\left[1-\frac{b}{2a}\right]} \times \frac{b}{2a}} + \\
&\frac{1}{c_2 N^{\left[-\frac{b}{2a}\right]} \left(\lambda_2(\widehat{L})\right)^{\left[1+\frac{b}{2a}\right]} \times \frac{b}{2a}} = \\
&\frac{2a}{c_1 b \left(\lambda_2(\widehat{L})\right)^{\left[1-\frac{b}{2a}\right]} +} \\
&\frac{2a}{c_2 b N^{\left[-\frac{b}{2a}\right]} \left(\lambda_2(\widehat{L})\right)^{\left[1+\frac{b}{2a}\right]}}
\end{aligned}$$

令 $\mu = 1 - 1/p$, $\nu = 1 + 1/p$, $p > 1$, 则收敛时间可精确表示为

$$\begin{aligned}
T \leq T_{\max} &= \frac{\pi \times 2a}{2b\sqrt{c_1 c_2} \left(\lambda_2(\widehat{L})\right)^2 N^{\left[-\frac{b}{2a}\right]}} = \\
&\frac{\pi a}{b\sqrt{c_1 c_2} \left(\lambda_2(\widehat{L})\right)^2 N^{\left[-\frac{b}{2a}\right]}} \quad (A9)
\end{aligned}$$

□

附录 B 定理 2 证明

引理 7^[39]. 若 $a, b > 0$, $\varepsilon > 0$, 则下式成立:

$$ab \leq \frac{a^2}{2\varepsilon} + \frac{\varepsilon b^2}{2}$$

引理 8^[40]. 若函数 $f(x)$, $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 $p > 0$, $q > 0$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, 那么

$$\int_a^b |f(x)g(x)|dx \leq \left(\int_a^b |f(x)|^p dx\right)^{\frac{1}{p}} \left(\int_a^b |g(x)|^q dx\right)^{\frac{1}{q}}$$

引理 9^[41]. 对任意的 $1 \leq k \leq n$, $a_k \geq 0$ 且 k 为整数, AM-GM 不等式可表示为

$$\left(\prod_{k=1}^n a_k\right)^{\frac{1}{n}} \leq \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n a_k$$

其中, 当 $n = 2$ 时, 有 $\sqrt{a_1 a_2} \leq \frac{a_1 + a_2}{2}$.

证明. 将双曲正切函数 (12) 代入式 (A2), 得到

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &= \widehat{x}^T(t) \widehat{L} \widehat{\dot{x}}(t) + \sum_{i=1}^N \dot{\chi}_i(t) = \\
&\widehat{x}^T(t) \widehat{L} \left(-c_1 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij}(x_i(t) - x_j(t))\right)^{\left[1-\frac{b}{a}\right]} - \right. \\
&- E(t) - c_2 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij}(x_i(t) - x_j(t))\right)^{\left[1+\frac{b}{a}\right]} - \\
&c_3 \sum_{j=0}^N a_{ij}(x_i(t) - x_j(t)) - \\
&K \widehat{d} \times \tanh\left(\frac{\sum_{j=0}^N a_{ij}(x_i(t) - x_j(t))}{\delta}\right) + \\
&f(x_i(t), t) - f(x_0(t), t) + d_i(x_i(t), t) - \\
&u_0(t)) + \sum_{i=1}^N \dot{\chi}_i(t) = \\
&\sum_{i=1}^N y_i(t) \left(-E_i(t) - c_1 \left(\widehat{L} \widehat{x}(t)\right)^{\left[1-\frac{b}{a}\right]} - \right. \\
&c_3 \left(\widehat{L} \widehat{x}(t)\right) - c_2 \left(\widehat{L} \widehat{x}(t)\right)^{\left[1+\frac{b}{a}\right]} - \\
&K \widehat{d} \times \tanh\left(\frac{\widehat{L} \widehat{x}(t)}{\delta}\right) + \\
&f(x_i(t), t) - f(x_0(t), t) + d_i(x_i(t), t) - \\
&\mathbf{1}_N u_0(t)) + \sum_{i=1}^N \dot{\chi}_i(t) \leq \\
&\sum_{i=1}^N |y_i(t)| |E_i(t)| - c_1 \sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{\left[2-\frac{b}{a}\right]} -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& c_2 \sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]} - c_3 \sum_{i=1}^N y_i^2(t) + \\
& \sum_{i=1}^N |y_i(t)| |f(x_i(t), t) - f(x_0(t), t)| + \\
& \sum_{i=1}^N \left(|y_i(t)| (d_i(x_i(t), t) - u_0(t)) - \right. \\
& \left. \frac{K\widehat{d}}{\delta} y_i^2(t) \right) + \sum_{i=1}^N \dot{\chi}_i(t) \quad (B1)
\end{aligned}$$

将动态变量的导数式 (8) 代入式 (B1), 得

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) & \leq \sum_{i=1}^N |y_i(t)| |E_i(t)| - c_1 \sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2-\frac{b}{a}]} - \\
& c_2 \sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]} - c_3 \sum_{i=1}^N y_i^2(t) + \\
& \sum_{i=1}^N |y_i(t)| |f(x_i(t), t) - f(x_0(t), t)| + \\
& \sum_{i=1}^N \left(\widehat{d} |y_i(t)| - \frac{K\widehat{d}}{\delta} y_i^2(t) \right) - \\
& \frac{1}{2} \varepsilon \sum_{i=1}^N \left(c_1 |y_i(t)|^{[2-\frac{b}{a}]} + c_2 |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]} \right) + \\
& \sum_{i=1}^N \left(-\rho \chi_i(t) + \sigma \left(\frac{1}{2} \varepsilon c_1 |y_i(t)|^{[1-\frac{b}{a}]} + \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{1}{2} \varepsilon c_2 |y_i(t)|^{[1+\frac{b}{a}]} - |E_i(t)| \right) \right) \leq \\
& \sum_{i=1}^N \left((|y_i(t)| - \sigma) \times \left(-\frac{1}{2} (\varepsilon c_1 |y_i(t)|^{[1-\frac{b}{a}]} + \right. \right. \\
& \left. \left. \varepsilon c_2 |y_i(t)|^{[1+\frac{b}{a}]} + |E_i(t)| \right) \right) - \sum_{i=1}^N \rho \chi_i(t) - \\
& c_1 \sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2-\frac{b}{a}]} - c_2 \sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]} - \\
& c_3 \sum_{i=1}^N y_i^2(t) + \lambda \sum_{i=1}^N |y_i(t)| |\widehat{x}_i(t)| + \\
& \sum_{i=1}^N \left(\widehat{d} |y_i(t)| - \frac{K\widehat{d}}{\delta} y_i^2(t) \right) \leq \\
& \sum_{i=1}^N \left(\frac{|y_i(t)| - \sigma}{\theta} - \rho \right) \chi_i(t) - \\
& c_1 \sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2-\frac{b}{a}]} - c_2 \sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]} -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& c_3 \sum_{i=1}^N y_i^2(t) + \lambda \sum_{i=1}^N |y_i(t)| |\widehat{x}_i(t)| + \\
& \sum_{i=1}^N \left(\widehat{d} |y_i(t)| - \frac{K\widehat{d}}{\delta} y_i^2(t) \right) \leq \\
& \sum_{i=1}^N \left(\frac{|y_i(t)| - \sigma}{\theta} - \rho \right) \chi_i(t) - \\
& c_1 \sum_{i=1}^N \left(2\lambda_2(\widehat{L}) V_1(t) \right)^{[1-\frac{b}{2a}]} + \left(\frac{N\lambda}{\lambda_2(\widehat{L})} - c_3 \right) \times \\
& \sum_{i=1}^N y_i^2(t) - c_2 N^{[-\frac{b}{2a}]} \sum_{i=1}^N \left(2\lambda_2(\widehat{L}) V_1(t) \right)^{[1+\frac{b}{2a}]} + \\
& \sum_{i=1}^N \left(\widehat{d} |y_i(t)| - \frac{K\widehat{d}}{\delta} y_i^2(t) \right) \quad (B2)
\end{aligned}$$

对任意 $\varepsilon > 0$, 根据引理 7 对 $|y_i(t)|\widehat{d}$ 项用 Young's 不等式:

$$\widehat{d} |y_i(t)| \leq \frac{\widehat{d}^2}{2\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{2} y_i^2(t)$$

令 $\varepsilon = \frac{\delta}{K}$, 代入上式可得

$$\widehat{d} |y_i(t)| \leq \frac{K\widehat{d}^2}{2\delta} + \frac{\delta}{2K} y_i^2(t)$$

对 i 从 1 到 N 求和, 得到

$$\widehat{d} \sum_{i=1}^N |y_i(t)| \leq \frac{NK\widehat{d}^2}{2\delta} + \frac{\delta}{2K} \sum_{i=1}^N y_i^2(t)$$

根据推论 1 和推论 2 可得:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2-\frac{b}{a}]} & \geq \left(\sum_{i=1}^N y_i^2(t) \right)^{[1-\frac{b}{2a}]} \\
\sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]} & \geq N^{[-\frac{b}{2a}]} \left(\sum_{i=1}^N y_i^2(t) \right)^{[1+\frac{b}{2a}]}
\end{aligned}$$

由 $V_1(t) = (\widehat{x}(t))^T \widehat{L} \widehat{x}(t) / 2$ 可得 $\sum_{i=1}^N y_i^2(t) \geq 2\lambda_2(\widehat{L}) V_1(t)$, 则:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2-\frac{b}{a}]} & \geq \left(\sum_{i=1}^N y_i^2(t) \right)^{[1-\frac{b}{2a}]} \geq \\
& \left(2\lambda_2(\widehat{L}) V_1(t) \right)^{[1-\frac{b}{2a}]} \\
\sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]} & \geq N^{[-\frac{b}{2a}]} \left(\sum_{i=1}^N y_i^2(t) \right)^{[1+\frac{b}{2a}]} \geq \\
& N^{[-\frac{b}{2a}]} \left(2\lambda_2(\widehat{L}) V_1(t) \right)^{[1+\frac{b}{2a}]}
\end{aligned}$$

将上述结果代入式 (B2) 化简得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -c_1(2\lambda_2(\widehat{L})V_1(t))^{[1-\frac{b}{2a}]} + \\ & \left(\frac{N\lambda}{\lambda_2(\widehat{L})} - c_3\right) \sum_{i=1}^N y_i^2(t) - \\ & c_2 N^{[-\frac{b}{2a}]} (2\lambda_2(\widehat{L})V_1(t))^{[1+\frac{b}{2a}]} + \\ & \left(\frac{NK\widehat{d}^2}{2\delta} + \frac{\delta}{2K} \sum_{i=1}^N y_i^2(t)\right) - \frac{K\widehat{d}}{\delta} y_i^2(t) \leq \\ & -c_1(2\lambda_2(\widehat{L}))^{[1-\frac{b}{2a}]} (V_1(t))^{[1-\frac{b}{2a}]} - \\ & c_2 N^{[-\frac{b}{2a}]} (2\lambda_2(\widehat{L}))^{[1+\frac{b}{2a}]} (V_1(t))^{[1+\frac{b}{2a}]} + \\ & \left(\frac{N\lambda}{\lambda_2(\widehat{L})} - c_3\right) \sum_{i=1}^N y_i^2(t) + \\ & \left(\frac{\delta}{2K} - \frac{K\widehat{d}}{\delta}\right) \sum_{i=1}^N y_i^2(t) + \frac{NK\widehat{d}^2}{2\delta} \end{aligned} \quad (\text{B3})$$

合并所有 $\sum_{i=1}^N y_i^2(t)$ 项后, 其总系数为

$$\left(\frac{\delta}{2K} - \frac{K\widehat{d}}{\delta} - c_3 + \frac{N\lambda}{\lambda_2(\widehat{L})}\right)$$

为保证 $\dot{V}(t) < 0$, 需使该系数小于 0, 即

$$\frac{\delta}{2K} - \frac{K\widehat{d}}{\delta} - c_3 + \frac{N\lambda}{\lambda_2(\widehat{L})} < 0$$

重新整理得如下参数条件:

$$\frac{K\widehat{d}}{\delta} > \frac{\delta}{2K} - c_3 + \frac{N\lambda}{\lambda_2(\widehat{L})}$$

其中, $\lambda_2(\widehat{L})$ 为增广拉普拉斯矩阵的最小非零特征值; λ 是 Lipschitz 常数. 不等式左边 $K\widehat{d}/\delta$ 是控制器基于线性近似模型的名义扰动补偿增益, 不等式右边 $N\lambda/\lambda_2(\widehat{L})$ 是系统固有的扰动. $-c_3$ 是控制器中的线性项, 降低了对扰动补偿增益的需求, 由此, 对双曲正切函数引入的非线性补偿项的要求可以适当放宽. $\delta/(2K)$ 反映了采用线性近似模型而引入的稳定性代价. 该稳定性条件明确要求, 控制器的名义增益不仅要克服系统固有的扰动, 发挥补偿镇定项的作用, 还必须额外覆盖因模型近似而产生的性能不确定性. 这一条件保证了即便在实际控制器因非线性特性而导致补偿不足 (性能下降) 的最坏情况下, 其控制能力仍足以确保系统稳定. 通过提高增益阈值, 将性能不足问题转化为在设计阶段必须满足的鲁棒性约束问题, 从根本上保证了系统

的稳定性. 在满足上述参数条件时, $\dot{V}(t)$ 的上界可表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\eta \sum_{i=1}^N y_i^2(t) - c_1 \sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2-\frac{b}{a}]} - \\ & c_2 \sum_{i=1}^N |y_i(t)|^{[2+\frac{b}{a}]} + \frac{NK\widehat{d}^2}{2\delta} \end{aligned}$$

其中, $\eta > 0$ 是一个常数. 该条件准确反映了系统中负定项、扰动项及补偿项之间的平衡关系, 负定项代表系统指数项镇定能力, 驱动状态收敛; $NK\widehat{d}^2/(2\delta)$ 代表扰动上界决定的最终收敛边界. 根据 Lyapunov 稳定性理论, 此形式严格证明了 $y_i(t)$ 将在固定时间内收敛, 并稳定在一个与 $NK\widehat{d}^2/(2\delta)$ 成正比的残差集内, 即系统是固定时间最终一致有界稳定的. 该式确保了即便在 $|y_i(t)| < \delta$ 的最坏情形下, 扰动与模型不确定性引入的正项总和也能被控制器镇定作用和补偿作用产生的负项总和压制. 通过调整参数 K 和 δ , 可缩小残差集并提升控制精度, 因此固定时间最终有界稳定的结论仍然成立.

令

$$k_1 = c_1(2\lambda_2(\widehat{L}))^{[1-\frac{b}{2a}]}$$

$$k_2 = c_2 N^{[-\frac{b}{2a}]} (2\lambda_2(\widehat{L}))^{[1+\frac{b}{2a}]}$$

代入式 (B3) 化简得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\frac{k_1}{2}(V_1(t))^{[1-\frac{b}{2a}]} - \frac{k_2}{2}(V_1(t))^{[1+\frac{b}{2a}]} + \\ & \frac{1}{2} \left(\frac{NK\widehat{d}^2}{\delta} - k_1(V_1(t))^{[1-\frac{b}{2a}]} - k_2(V_1(t))^{[1+\frac{b}{2a}]} \right) \end{aligned}$$

其中, $k_1 > 0$; $k_2 > 0$; $b/(2a) \leq 1$; $V(t) > 0$.

即 $NK\widehat{d}^2/\delta \leq k_1(V_1(t))^{[1-b/(2a)]} + k_2(V_1(t))^{[1+b/(2a)]}$

时, 得到

$$\dot{V}(t) \leq -\frac{k_1}{2}(V_1(t))^{[1-\frac{b}{2a}]} - \frac{k_2}{2}(V_1(t))^{[1+\frac{b}{2a}]}$$

根据引理 9 中的 AM-GM 不等式, 可得

$$2\sqrt{k_1 k_2} V_1(t) \leq k_1(V_1(t))^{[1-\frac{b}{2a}]} + k_2(V_1(t))^{[1+\frac{b}{2a}]}$$

因此

$$\widehat{x}^T(t) \widehat{L} \widehat{x}(t) \leq \frac{NK\widehat{d}^2}{2\delta\sqrt{k_1 k_2}}$$

满足定理 2, 即多智能体系统可以实现固定时间一致性. \square

附录 C 定理 3 证明

证明. 当 $|\varepsilon_i(t)| < \delta$, $|y_i(t)| < \delta$ 时, 首先求解误差的导数

$$\begin{aligned}
|\dot{E}_i(t)| = & \left| \left(c_1 \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t))^{[1-\frac{b}{a}]} + \right. \right. \\
& c_2 \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t))^{[1+\frac{b}{a}]} + \\
& c_3 \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) + \\
& \left. \left. K\widehat{d} \times \tanh\left(\frac{1}{\delta} \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t))\right) \right)' \right| \leq \\
& \left| \sum_{j=0}^N a_{ij} \left(c_1 \left(1 - \frac{b}{a}\right) |x_i(t) - x_j(t)|^{[-\frac{b}{a}]} + \right. \right. \\
& c_2 \left(1 + \frac{b}{a}\right) |x_i(t) - x_j(t)|^{[\frac{b}{a}]} + c_3 + \frac{K\widehat{d}}{\delta} \Big) \times \\
& |u_i(t) - u_j(t) + f(x_i(t), t) - f(x_j(t), t) + \\
& \left. d_i(x_i(t), t) - d_i(x_j(t), t)| \right| \quad (C1)
\end{aligned}$$

由假设 2、假设 3 以及绝对值三角不等式可推出非线性函数和有界扰动分别满足

$$\begin{aligned}
|f(x_i(t), t) - f(x_j(t), t)| & \leq \lambda |x_i(t) - x_j(t)| \\
|d_i(x_i(t), t) - d_i(x_j(t), t)| & \leq |d_i(x_i(t), t)| + \\
|d_i(x_j(t), t)| & \leq 2d
\end{aligned}$$

代入式 (C1) 可化简为

$$\begin{aligned}
|\dot{E}_i(t)| \leq & \sum_{j=0}^N a_{ij} \left(c_1 \left(1 - \frac{b}{a}\right) |x_i(t) - x_j(t)|^{[-\frac{b}{a}]} + \right. \\
& c_2 \left(1 + \frac{b}{a}\right) |x_i(t) - x_j(t)|^{[\frac{b}{a}]} + \\
& c_3 + \frac{K\widehat{d}}{\delta} \Big) \times \left(|u_i(t) - u_j(t)| + \right. \\
& \left. \lambda |x_i(t) - x_j(t)| + 2d \right) \leq \\
& c_1 \left(1 - \frac{b}{a}\right) \lambda \sum_{j=0}^N a_{ij} |x_i(t) - x_j(t)|^{[1-\frac{b}{a}]} + \\
& c_2 \left(1 + \frac{b}{a}\right) \lambda \sum_{j=0}^N a_{ij} |x_i(t) - x_j(t)|^{[1+\frac{b}{a}]} + \\
& \left(c_3 + \frac{K\widehat{d}}{\delta} \right) \lambda \sum_{j=0}^N a_{ij} |x_i(t) - x_j(t)| + \\
& \sum_{j=0}^N a_{ij} \left(c_1 \left(1 - \frac{b}{a}\right) |x_i(t) - x_j(t)|^{[-\frac{b}{a}]} + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& c_2 \left(1 + \frac{b}{a}\right) |x_i(t) - x_j(t)|^{[\frac{b}{a}]} + c_3 + \\
& \frac{K\widehat{d}}{\delta} \Big) \times \left(|u_i(t) - u_j(t)| + 2d \right) \leq \\
& \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=0}^N a_{ij}^{[\frac{2a}{a-b}]} (x_i(t) - x_j(t))^2 \right)^{[\frac{a-b}{2a}]} \times \\
& c_1 \left(1 - \frac{b}{a}\right) \lambda N + c_2 \left(1 + \frac{b}{a}\right) \lambda N \times \\
& \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=0}^N a_{ij}^{[\frac{2a}{a+b}]} (x_i(t) - x_j(t))^2 \right)^{[\frac{a+b}{2a}]} + \\
& \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=0}^N a_{ij}^2 (x_i(t) - x_j(t))^2 \right)^{[\frac{1}{2}]} \times \\
& \lambda \left(c_3 + \frac{K\widehat{d}}{\delta} \right) N + \left(c_1 N \left(1 - \frac{b}{a}\right) \times \right. \\
& \left. \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=0}^N a_{ij}^{[-\frac{2a}{b}]} (x_i(t) - x_j(t))^2 \right)^{[-\frac{b}{2a}]} + \right. \\
& \left. \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=0}^N a_{ij}^{[\frac{2a}{b}]} (x_i(t) - x_j(t))^2 \right)^{[\frac{b}{2a}]} \right) \times \\
& c_2 \left(1 + \frac{b}{a}\right) N + N \left(c_3 + \frac{K\widehat{d}}{\delta} \right) \Big) \times \\
& \left(N |u_i(t)| + \sum_{j=0}^N |u_j(t)| + 2d \right) \quad (C2)
\end{aligned}$$

由引理 5 边权值为 a_{ij}^r 的拉普拉斯矩阵 \widehat{L}_r 二次型满足 $2x^T \widehat{L}_r x = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij}^r (x_j - x_i)^2 = 4V_1(t)$, 结合引理 1 可知 $\lambda_2(\widehat{L}_r) x^T x \leq x^T \widehat{L}_r x \leq \lambda_N(\widehat{L}_r) x^T x$ 其中 $\lambda_2(\widehat{L}_r)$ 为 \widehat{L}_r 的最小非零特征值, $\lambda_N(\widehat{L}_r)$ 为 \widehat{L}_r 的最大特征值. $V_1(t) = x^T(t) \widehat{L}_r x(t)/2$, 由此, 可得 $2\lambda_2(\widehat{L}_r) V_1(t) \leq x^T \widehat{L}_r x \leq 2\lambda_N(\widehat{L}_r) V_1(t)$, 代入特征值不等式得

$$4\lambda_2(\widehat{L}_r) V_1(t) \leq \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij}^r (x_j - x_i)^2 \leq 4\lambda_N(\widehat{L}_r) V_1(t)$$

将上述结论代入式 (C2), 得

$$\begin{aligned}
|\dot{E}_i(t)| \leq & \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{[\frac{2a}{a-b}]} \right) V_1(0) \right)^{[\frac{a-b}{2a}]} \times \\
& c_1 \lambda N \left(1 - \frac{b}{a}\right) + c_2 \lambda N \left(1 + \frac{b}{a}\right) \times \\
& \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{[\frac{2a}{a+b}]} \right) V_1(0) \right)^{[\frac{a+b}{2a}]} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \lambda N \left(c_3 + \frac{K\widehat{d}}{\delta} \right) \times \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{[2]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{1}{2} \right]} + \\ & \left(N |u_i(t_k^i)| + \sum_{j=0}^N |u_j(t_{k'}^j)| + 2d \right) \times \\ & \left(c_1 N \left(1 - \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[-\frac{2a}{b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[-\frac{b}{2a} \right]} + \right. \\ & \left. c_2 N \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[\frac{2a}{b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{b}{2a} \right]} + \right. \\ & \left. N \left(c_3 + \frac{K\widehat{d}}{\delta} \right) \right) = \\ & \varphi_1 + \varphi_2(t_k^i) + \varphi_3(t_{k'}^j) \end{aligned} \quad (C3)$$

其中, φ_1 , $\varphi_2(t_k^i)$, $\varphi_3(t_{k'}^j)$ 分别为

$$\begin{aligned} \varphi_1 = & \lambda N \left(c_1 \left(1 - \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[\frac{2a}{a-b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{a-b}{2a} \right]} + \right. \\ & c_2 \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[\frac{2a}{a+b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{a+b}{2a} \right]} + \\ & \left. \left(c_3 + \frac{K\widehat{d}}{\delta} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{[2]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{1}{2} \right]} \right) + \\ & 2dN \times \left(c_1 \left(1 - \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[-\frac{2a}{b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[-\frac{b}{2a} \right]} + \right. \\ & \left. c_2 \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[\frac{2a}{b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{b}{2a} \right]} + c_3 + \frac{K\widehat{d}}{\delta} \right) \end{aligned} \quad (C4)$$

$$\begin{aligned} \varphi_2(t_k^i) = & N^2 \left(c_1 \left(1 - \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[-\frac{2a}{b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[-\frac{b}{2a} \right]} + \right. \\ & c_2 \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[\frac{2a}{b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{b}{2a} \right]} + \\ & \left. \left(c_3 + \frac{K\widehat{d}}{\delta} \right) \right) |u_i(t_k^i)| \end{aligned} \quad (C5)$$

$$\begin{aligned} \varphi_3(t_{k'}^j) = & N \left(c_1 \left(1 - \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[-\frac{2a}{b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[-\frac{b}{2a} \right]} + \right. \\ & c_2 \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[\frac{2a}{b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{b}{2a} \right]} + \\ & \left. \left(c_3 + \frac{K\widehat{d}}{\delta} \right) \right) \sum_{j=0}^N |u_j(t_{k'}^j)| \end{aligned} \quad (C6)$$

当 $|\varepsilon_i(t)| \geq \delta$, $|y_i(t)| \geq \delta$ 时, 其证明过程类似于 $|\varepsilon_i(t)| < \delta$, $|y_i(t)| < \delta$ 的证明过程. 需要注意的是,

当替换符号函数后对其求导, 值为 0, 即

$$\begin{aligned} |\dot{E}_i(t)| = & \left| \left(c_1 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right)^{\left[1 - \frac{b}{a} \right]} + \right. \right. \\ & c_2 \left(\sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right)^{\left[1 + \frac{b}{a} \right]} + \\ & \left. \left. c_3 \sum_{j=0}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \right) \right| \end{aligned} \quad (C7)$$

经过不断地化简可得

$$\begin{aligned} |\dot{E}_i(t)| \leq & c_1 \lambda N \left(1 - \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[\frac{2a}{a-b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{a-b}{2a} \right]} + \\ & c_2 \lambda N \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[\frac{2a}{a+b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{a+b}{2a} \right]} + \\ & c_3 \lambda N \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{[2]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{1}{2} \right]} + \\ & \left(N |u_i(t_k^i)| + \sum_{j=0}^N |u_j(t_{k'}^j)| + 2d \right) \times \\ & \left(c_1 N \left(1 - \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[-\frac{2a}{b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[-\frac{b}{2a} \right]} + \right. \\ & \left. c_2 N \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[\frac{2a}{b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{b}{2a} \right]} + N c_3 \right) = \\ & \bar{\varphi}_1 + \bar{\varphi}_2(t_k^i) + \bar{\varphi}_3(t_{k'}^j) \end{aligned} \quad (C8)$$

其中, $\bar{\varphi}_1$, $\bar{\varphi}_2(t_k^i)$, $\bar{\varphi}_3(t_{k'}^j)$ 的值分别为:

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}_1 = & \lambda N \left(c_1 \left(1 - \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[\frac{2a}{a-b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{a-b}{2a} \right]} + \right. \\ & c_2 \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[\frac{2a}{a+b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{a+b}{2a} \right]} + \\ & c_3 \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{[2]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{1}{2} \right]} \right) + 2dN \times \\ & \left(c_1 \left(1 - \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[-\frac{2a}{b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[-\frac{b}{2a} \right]} + \right. \\ & \left. c_2 \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[\frac{2a}{b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{b}{2a} \right]} + c_3 \right) \end{aligned} \quad (C9)$$

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}_2(t_k^i) = & N^2 \left(c_1 \left(1 - \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[-\frac{2a}{b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[-\frac{b}{2a} \right]} + \right. \\ & c_2 \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{\left[\frac{2a}{b} \right]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{b}{2a} \right]} + \\ & \left. c_3 \right) |u_i(t_k^i)| \end{aligned} \quad (C10)$$

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}_3(t_{k'}^j) = & N \left(c_1 \left(1 - \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{[-\frac{2a}{b}]} \right) V_1(0) \right)^{\left[-\frac{b}{2a} \right]} + \right. \\ & c_2 \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left(4\lambda_N \left(\widehat{L}_{[\frac{2a}{b}]} \right) V_1(0) \right)^{\left[\frac{b}{2a} \right]} + \\ & \left. c_3 \right) \sum_{j=0}^N |u_j(t_{k'}^j)| \end{aligned} \quad (C11)$$

其中, $\widehat{L}_{[-\frac{2a}{b}]}$, $\widehat{L}_{[\frac{2a}{b}]}$, $\widehat{L}_{[\frac{2a}{a+b}]}$, $\widehat{L}_{[\frac{2a}{b}]}$ 是图 \widehat{G} 的拉普拉斯矩阵.

由于 φ_1 , $\varphi_2(t_k^i)$, $\varphi_3(t_{k'}^j)$ 和 $\bar{\varphi}_1$, $\bar{\varphi}_2(t_k^i)$, $\bar{\varphi}_3(t_{k'}^j)$ 之间存在如下关系

$$\bar{\varphi}_1 + \bar{\varphi}_2(t_k^i) + \bar{\varphi}_3(t_{k'}^j) \leq \varphi_1 + \varphi_2(t_k^i) + \varphi_3(t_{k'}^j)$$

因此, 只需验证定理 3 中触发间隔是否大于 0 即可. 由 $E_i(t_k^i) = 0$, 得

$$|E_i(t)| \leq \int_{t_k^i}^t (\varphi_1 + \varphi_2(t_k^i) + \varphi_3(t_{k'}^j)) ds \quad (C12)$$

由触发条件 (9) 和式 (C12) 可得

$$\begin{aligned} |E_i(t_{k+1}^i)| = & \frac{1}{2} \varepsilon c_1 |y_i(t)|^{\left[1 - \frac{b}{a} \right]} + \frac{1}{2} \varepsilon c_2 |y_i(t)|^{\left[1 + \frac{b}{a} \right]} + \\ & \frac{\chi_i(t)}{\theta} \leq \int_{t_k^i}^{t_{k+1}^i} (\varphi_1 + \varphi_2(t_k^i) + \\ & \varphi_3(t_{k'}^j)) ds \leq \\ & \left(\varphi_1 + \widehat{\varphi}_2 + \widehat{\varphi}_3 \right) (t_{k+1}^i - t_k^i) \end{aligned} \quad (C13)$$

其中, $\widehat{\varphi}_2 = \max\{\varphi_2(t_0^i), \varphi_2(t_1^i), \dots\}$; $\widehat{\varphi}_3 = \max\{\varphi_3(t_0^j), \varphi_3(t_1^j), \dots\}$.

结合式 (C13) 可得事件触发最小时间间隔为

$$t_{k+1}^i - t_k^i \geq \frac{|E_i(t_{k+1}^i)|}{\varphi_1 + \widehat{\varphi}_2 + \widehat{\varphi}_3} \quad (C14)$$

令 $\tau = \frac{|E_i(t_{k+1}^i)|}{\varphi_1 + \widehat{\varphi}_2 + \widehat{\varphi}_3}$, 则对任意时间序列 $\{t_k^i\}$, 触发时间间隔满足 $t_{k+1}^i - t_k^i \geq \tau > 0$, 表明系统不存在 Zeno 行为. \square

参考文献

- Wei H L, Hu B B, Wang Y, Lv C. Scalable and constrained consensus in multiagent systems: Distributed model predictive control-based approaches. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2024, **20**(4): 5969–5978
- Khalid M. Smart grids and renewable energy systems: Perspectives and grid integration challenges. *Energy Strategy Reviews*, 2024, **51**: Article No. 101299
- Farooq A, Xiang Z R, Chang W J, Aslam M S. Recent advancement in formation control of multi-agent systems: A review. *Computers, Materials and Continua*, 2025, **83**(3): 3623–3674
- Doostmohammadian M, Aghasi A, Pirani M, Nekouei E, Zar-

- abi H, Keypour R, et al. Survey of distributed algorithms for resource allocation over multi-agent systems. *Annual Reviews in Control*, 2025, **59**: Article No. 100983
- Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems. *Proceedings of the IEEE*, 2007, **95**(1): 215–233
- Zhang T, Yang M, Sun W, Yu D X, Chen C L P. Nonsingular practical fixed-time adaptive fuzzy consensus control of nonstrict-feedback nonlinear multiagent systems with actuator fault. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2025, **55**(4): 2834–2845
- Li J R, Li S, Liu Y J, Liu L, Li D P, Wang H. Adaptive dynamic event-triggered control strategy for nonlinear multi-agent systems. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Unmanned Systems*. Nanjing, China: IEEE, 2024. 1790–1795
- Pedroso L, Batista P, Heemels W P M H. Distributed design of ultra large-scale control systems: Progress, challenges, and prospects. *Annual Reviews in Control*, 2025, **59**: Article No. 100987
- Wang G L, Li Y Q. Distributed finite-time consensus control of multi-agent systems with communication topology switching. In: *Proceedings of the 6th International Conference on Industrial Artificial Intelligence*. Shenyang, China: IEEE, 2024. 1–6
- Sun Y S, Ji Z J, Shi Y, Liu Y G. Event-based finite time stabilizability and formation control of multi-agent systems. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, **22**: 7887–7896
- Zuo Z Y, Tang J C, Ke R Q, Han Q L. Hyperbolic tangent function-based protocols for global/semi-global finite-time consensus of multi-agent systems. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2024, **11**(6): 1381–1397
- Ma C, Dong D B. Finite-time prescribed performance time-varying formation control for second-order multi-agent systems with non-strict feedback based on a neural network observer. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2024, **11**(4): 1039–1050
- Long S B, Huang W C, Wang J H, Liu J R, Gu Y X, Wang Z A. A fixed-time consensus control with prescribed performance for multi-agent systems under full-state constraints. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, **22**: 6398–6407
- Fang X, Wen G H. Distributed optimal coordination of multi-agent systems with coupled objective functions: A fixed-time estimation-based approach. *Automatica*, 2025, **175**: Article No. 112213
- Luo S P, Xu G. Fixed-time consensus control for general linear multi-agent systems. In: *Proceedings of the 36th Chinese Control and Decision Conference*. Xi'an, China: IEEE, 2024. 2981–2985
- Firouzbahrami M, Nobakhti A. Cooperative fixed-time/finite-time distributed robust optimization of multi-agent systems. *Automatica*, 2022, **142**: Article No. 110358
- Yang Y X, Xin B, Dou L H, Gan M H. Event-triggered fixed-time sliding mode control for leader-follower consensus of nonlinear multi-agent systems. In: *Proceedings of the IEEE 18th International Conference on Control & Automation*. Reykjavik, Iceland: IEEE, 2024. 319–325
- Kalyva D, Psillakis H E. Distributed control of a mobile robot multi-agent system for Nash equilibrium seeking with sampled neighbor information. *Automatica*, 2024, **166**: Article No. 111712
- Wang Y D, Zong G D, Zhao X D, Yi Y. Adaptive practical fixed-time synchronized tracking control of ASV with pre-

- scribed performance. *Automatica*, 2024, **166**: Article No. 111716
- 20 Zuo Z Y, Ke R Q, Han Q L. Fully distributed adaptive practical fixed-time consensus protocols for multi-agent systems. *Automatica*, 2023, **157**: Article No. 111248
- 21 Qin D D, Ong C, Liu A D, Zhang W A, Yu L. Event-triggered distributed predictive control for multi-agent systems with stability constraints. *Automatica*, 2025, **178**: Article No. 112358
- 22 Yue S, Xu N, Zhang L, Zhao N. Observer-based event-triggered adaptive fuzzy hierarchical sliding mode fault-tolerant control for uncertain under-actuated nonlinear systems. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2025, **27**(4): 1303–1320
- 23 Xiang K L, Yu Z Y, Jiang H J. Fixed-time bipartite output consensus of heterogeneous multi-agent systems with event-triggered observation. *IEEE Access*, 2023, **11**: 31188–31198
- 24 Zheng W, Dong Y B, Wang H B. Dynamic event-triggered fixed-time consensus control of multi-agent systems with unknown bounded disturbances. *International Journal of Control*, 2024, **97**(5): 1037–1048
- 25 Chen Shi-Ming, Shao Sai, Jiang Gen-Lan. Distributed event-triggered fixed-time scaled consensus control for second-order multi-agent systems. *Acta Automatica Sinica*, 2022, **48**(1): 261–270
(陈世明, 邵赛, 姜根兰. 基于事件触发二阶多智能体系统的固定时间比例一致性. *自动化学报*, 2022, **48**(1): 261–270)
- 26 Ma X L, Tan Y B, Mei H. Predefined-time consensus of nonlinear multi-agent input delay/dynamic event-triggered under switching topology. *IEEE Access*, 2023, **11**: 29883–29895
- 27 Kim H J, Yoo S J. Adaptive fixed-time containment control of MIMO nonlinear multiagent systems via dynamic event-triggered communication. *Nonlinear Dynamics*, 2024, **112**(13): 11127–11145
- 28 Wang J H, Wang C, Chen K R, Chen Z T. Distributed fixed-time event-triggered consensus control for uncertain nonlinear multiagent systems with actuator failures. *International Journal of Intelligent Systems*, 2023: Article No. 8818233
- 29 Chen X L, Dong J J, Wang Y, Zhou G P. A new event-triggered distributed fixed-time consensus strategy for multi-agent systems with nonlinear dynamics and uncertain disturbances. *IEEE Access*, 2024, **12**: 30416–30426
- 30 Chai J Y, Lu Q, Tao X D, Peng D L, Zhang B T. Dynamic event-triggered fixed-time consensus control and its applications to magnetic map construction. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2023, **10**(10): 2000–2013
- 31 Hao Y H, Liu L. A new event-triggered internal model-based observer method for cooperative robust output regulation. *Automatica*, 2025, **177**: Article No. 112293
- 32 Mao S, Mishra Y, Tian Y C, Perc M, Tang Y. Distributed online optimization with edge-based event-triggered communication. *Automatica*, 2025, **173**: Article No. 112068
- 33 Hung N T, Pascoal A M. Consensus/synchronisation of networked nonlinear multiple agent systems with event-triggered communications. *International Journal of Control*, 2022, **95**(5): 1305–1314
- 34 Zhao X W, Wang J Y, Lai Q, Liu Y. Team-based fixed-time containment control for multi-agent systems with disturbances. *Chinese Physics B*, 2023, **32**(12): Article No. 120502
- 35 Yang P, Li W T, Xuan Y. Fixed-time group consensus control of multi-agent systems with actuator faults based on dynamic event triggering. *IEEE Access*, 2024, **12**: 22892–22903
- 36 Zhou D, Zhang A, Yang P. Fixed-time event-triggered consensus of second-order multi-agent systems with fully continuous communication free. *IET Control Theory & Applications*, 2020, **14**(16): 2385–2394
- 37 Du H B, Wen G H, Wu D, Cheng Y Y, Lv J H. Distributed fixed-time consensus for nonlinear heterogeneous multi-agent systems. *Automatica*, 2020, **113**: Article No. 108797
- 38 Chen Shi-Ming, Shao Sai. Distributed event-triggered fixed-time consensus control for multi-agent systems with nonlinear uncertainties. *Control Theory & Applications*, 2019, **36**(10): 1606–1614
(陈世明, 邵赛. 基于事件触发非线性多智能体系统的固定时间一致性. *控制理论与应用*, 2019, **36**(10): 1606–1614)
- 39 Chen Shi-Ming, Ye Shu-Kang, Ma Xu-Yang, Zou Yu-Bin, Liu Jiang. Event-triggered adaptive consensus control for uncertain multi-agent systems. *Control Theory & Applications*, 2025, **42**(1): 33–40
(陈世明, 叶舒康, 马旭阳, 邹钰彬, 刘江. 基于事件触发的不确定多智能体系统自适应一致性. *控制理论与应用*, 2025, **42**(1): 33–40)
- 40 Sun Meng-Wei, Ren Lu, Liu Jian, Sun Chang-Yin. Dynamic event-triggered fixed-time consensus control of multi-agent systems under switching topologies. *Acta Automatica Sinica*, 2023, **49**(6): 1295–1305
(孙梦薇, 任璐, 刘剑, 孙长银. 切换拓扑下动态事件触发多智能体系统固定时间一致性. *自动化学报*, 2023, **49**(6): 1295–1305)
- 41 Wang Y, Chen B, Sun Y, Gao Y. Distributed fixed-time event-triggered containment control for nonlinear multiagent systems with actuator faults. *Journal of the Franklin Institute*, 2023, **360**(18): 14454–14479



邵蝉云 兰州理工大学自动化与电气工程学院硕士研究生. 主要研究方向为多智能体系统协同控制.

E-mail: 14719449252@163.com

(SHAO Chan-Yun Master student at the College of Automation and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology. Her main research interest is cooperative control of multi-agent systems.)



安爱民 兰州理工大学自动化与电气工程学院教授. 主要研究方向为复杂系统建模与智能协同优化控制技术, 机器人智能感知与控制理论及其应用, 多种可再生能源综合优化发电技术. 本文通信作者.

E-mail: anaiminll@163.com

(AN Ai-Min Professor at the College of Automation and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology. His research interests include complex system modeling and intelligent cooperative optimization control technology, intelligent perception and control theory of robots and their applications, and comprehensive optimization power generation technology of multiple renewable energy sources. Corresponding author of this paper.)



徐承承 兰州理工大学自动化与电气工程学院硕士研究生. 主要研究方向为高压设备绝缘监测.

E-mail: 19909450235@163.com

(XU Cheng-Cheng Master student at the College of Automation and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology. Her main research interest is insulation monitoring of high-voltage equipment.)



刘向航 兰州理工大学自动化与电气工程学院硕士研究生. 主要研究方向为多智能体系统协同控制.

E-mail: 18864966513@163.com

(LIU Xiang-Hang Master student at the College of Automation and Electrical Engineering, Lanzhou

University of Technology. His main research interest is cooperative control of multi-agent systems.)



李二超 兰州理工大学自动化与电气工程学院教授. 主要研究方向为智能优化理论、方法及应用, 智能机器人环境感知、建模与控制, 综合能源系统建模与运行优化.

E-mail: lecstarr@163.com

(LI Er-Chao Professor at the College of Automation and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology. His research interests include intelligent optimization theory, method and application, intelligent robot environment perception, modeling and control, and comprehensive energy system modeling and operation optimization.)